Wolters-Noordhoff

Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Vakblad voor de wiskundeleraar

Euclides

816
357
492

Special

jaargang 67 1991 | 1992 juni

● Euclides ● ● ● ●

Redactie

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-53 99 85.
Secretaris Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt ƒ55,00 per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. ƒ37,50; contributie zonder Euclides ƒ30,00.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de ledenadministratie.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland.
Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

ISSN 01.65-0394

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M. C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:
- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel

en liefst voorzien te zijn van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

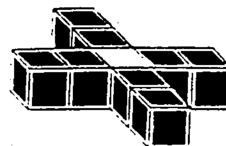
De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

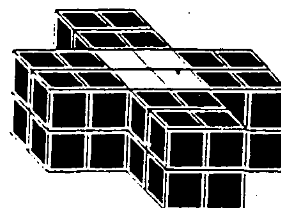
Abonnementen niet-leden

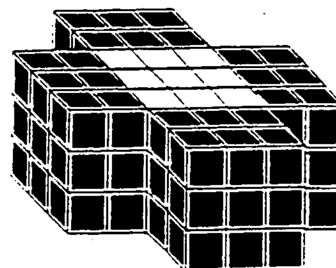
Abonnementsprijs voor niet-leden ƒ60,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement ƒ39,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86.
Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers ƒ10,00 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Inhoud







Een nieuwe rij bouwsels...

● Special ● ● ● ● ●

▶ Inleiding

De invoering van de nieuwe wiskundeprogramma's voor de onderbouw van het voortgezet onderwijs nadert met rasse schreden. Voor het mavo/lbo betreft het zelfs een nieuw examenprogramma.
Met de geplande aanbieding van het eindrapport door de COW in september 1992 en de invoering ervan op de scholen in augustus 1993 wordt afronding gegeven aan een jarenlange ontwikkeling.
In de afgelopen jaren is het met name het ontwikkelteam 12-16 geweest dat in opdracht van de COW (Commissie Ontwikkeling Wiskunde) de vernieuwingskar trok. Daarnaast waren activiteiten te bespeuren bij de SLO, de pedagogische centra, de VALO, enkele experimenteerscholen en vele anderen.
Onze vereniging heeft in een wat laat stadium getracht het smalle stroompje van ingewijden via het organiseren van regionale bijeenkomsten te verbreden tot een representatieve groep wiskundedocenten. Deze en andere bijeenkomsten leverden een schat aan commentaren op die tot aanpassingen leidden in de programma's. Tenslotte heeft onze vereniging een lijst van aanbevelingen aan de COW doen uitgaan.
Nu het vernieuwingsproces ten einde loopt en invoering voor de deur staat heeft de redactie van Euclides een aantal niet direct betrokkenen gevraagd hun visie te geven.

Bijdragen

Wim Groen probeert in zijn bijdrage aan te tonen dat de nu geplande vernieuwing onvermijdelijk was op grond van periodiek optredende maatschappelijke en (leer)psychologische factoren. Overigens zet hij vraagtekens bij het programma als hij kijkt naar de aansluiting op de universiteiten.
Martinus van Hoorn mist een longitudinale planning in het voorstel voor de algebra. Hij twijfelt er aan of het realistische wiskundeonderwijs zoals dat nu wordt bejubeld wel voldoende mogelijkheden in zich bergt om de noodzakelijke vaardigheden in te oefenen.
Het meetkundegedeelte wordt vanuit twee standpunten bekeken. Harm Jan Smid, kijkend vanuit universitair oogpunt, is tevreden waar het gaat om de vernieuwde aandacht voor de meetkunde, maar plaatst veel vraagtekens waar het gaat om de voorgestelde inhoud. Hij mist met name de mogelijkheden om probleemoplossend bezig te zijn vanuit welomschreven uitgangspunten en volgens strikte regels. Daar tegenover staat de bijdrage van Bram van der Wal die probeert door de bril van het lbo/-mavo naar de plannen te kijken. Hij is enthousiast vanwege het feit dat nu eindelijk een programma is samengesteld waar elke leerling zich optimaal in moet kunnen ontplooien. Dat maatschappelijke bruikbaarheid het gewonnen heeft van rituele handelingen vindt hij geen verlies.
Bert Zwaneveld verwacht geen al te grote problemen bij de invoering van het onderdeel informatieverwerking en statistiek. Hij baseert deze verwachtingen op het feit dat de ervaringen met deze onderwerpen in de hogere leerjaren van het voortgezet onderwijs gunstig waren.
Nico Olofsen laat in zijn bijdrage vooral zien wat er op dit moment in het basisonderwijs met realistisch reken-wiskundeonderwijs is bereikt. Het voortgezet onderwijs zou daarop kunnen aansluiten. Zijn bijdrage gaat vergezeld van een ruime literatuurvermelding.
Realistisch getinte wiskunde vereist aangepaste examenopdrachten. Truus Dekker laat in haar artikel zien welke problemen, maar meer nog welke uitdagingen er zitten in het construeren er van.
Agnes Verweij beschrijft achtergrond en inhoud van de nascholing. De timing is lang niet gek, maar wonderen mogen we niet verwachten. En er is méér dan alleen een nieuw wiskundeprogramma.
Kees Hoogland bekijkt met een soort helicopterblik het geheel nog eens en probeert lijnen te trekken vanuit het verleden naar de toekomst.
In een interview met twee docenten van één van de experimenteerscholen, Wim Kuipers en Wim Schaafsma, komen een aantal ervaringen met het nieuwe programma aan de orde.

We wensen iedereen veel leesplezier. Mogelijk is het wel iets voor de vakantie als u gezeten voor de tent, in de zon en ver van de klas van het leven geniet.

● Bijdrage ● ● ● ●

▶ Nieuwe curricula 12-16: de basis gevormd

Jan de Lange

Vernieuwing

Vernieuwen en vernieuwen is twee. Het onderwijs leeft bij de gratie van vernieuwing. Nieuwe leerlingen, nieuwe maatschappij, nieuwe inzichten, nieuwe leraren, nieuwe leerplannen, nieuwe circulaires – alleen het salaris blijft hetzelfde en het aanzien van het ambt erodeert.

Politieke vernieuwingen zijn van alle tijden. Iedere volgende minister wenst zijn stempel te drukken op het onderwijs. Zo zal Cals altijd onder z'n Mammoet gebukt blijven gaan, Van Kemenade had graag de Middenschool willen boeken, mevrouw Ginjaar-Maas wordt geïdentificeerd met 'Kies Exact' en Wallage wil toch wel erg graag als de man van de Basisvorming de geschiedenisboekjes ingaan. De zesjarige havo is een vast terugkerend fenomeen, de lyceumplannen dreigen via achterdeurtjes weer binnen te komen, moduleringsplannen ontluiken en worden weer vertrapt om vervolgens in een andere kleurstelling als profielen weer wortel te schieten, maar ook deze zijn weer even achter de politieke horizon verdwenen.

Tamelijk los van al deze politieke vernieuwingen en vernielingen, die vaak gepaard gingen met een welhaast duivels ondoorzichtige regelgeving via obscure circulaires is er ook nog zoiets als inhoudelijke vernieuwing. En de wiskunde kan daarbij zeker als voorbeeld dienen. Zelfs als we ons beperken tot het secundair onderwijs zijn de wijzigingen in inhoudelijke zin spectaculair te noemen. Het is wellicht interessant om iets te proberen bloot te leggen van het proces dat tot al deze wijzigingen geleid heeft. Een zekere subjectiviteit moet u ons daarbij vergeven.

Argumenten

De belangrijkste argumenten die hebben geleid tot de huidige nieuwe curricula zijn:

1 *Veranderde opvattingen over de plaats en functie van de wiskunde binnen ons onderwijs*

Het doel van het huidige wiskundeonderwijs lijkt te zijn:
– het voorbereiden van de leerling op zijn functioneren binnen de maatschappij. Dit punt is niet een typisch Nederlands verschijnsel, ook in andere westerse landen is deze verschuiving naar de vorming van 'intelligent citizens' en meer 'numeracy' zeer duidelijk waarneembaar. De 'maatschappij' vereist van de burgers kwaliteiten die nauw zijn verwant met het leren van wiskunde: het analyseren van processen, het interpreteren van resultaten, het beoordelen van wiskundig getinte presentaties, het begrijpen van de fysieke wereld waarin we leven.

Een tweede doel:
– het voorbereiden van de leerlingen op de vervolgopleidingen. Dit doel is van alle tijden maar de invulling van dit doel is aan sterke veranderingen onderhevig. Was het vroeger vaak zo dat een boek 'wiskunde voor biologen' allereerst een wiskundeboek was, tegenwoordig wordt veel meer de toepassing centraal gesteld en de wiskunde toepasbaar of bruikbaar aangeboden voor dat gebied. Gebruikerswiskunde heeft zodoende op een vrij natuurlijke manier zijn intrede gedaan, met steun van het feit dat wiskunde steeds meer toepassingsgebieden kreeg en doordat toepassingen ook leerlingen steun leken te bieden.

•

Het aloude doel van wiskundeonderwijs kwam zodoende op de derde plaats:
– *de leerlingen kennis laten maken met wiskunde als vak* (of als spel of als kunst). Het laten opbloeien van de wiskunde als wiskunde werd steeds verder naar de hogere leerjaren verdrongen – zo het ooit al een zinvolle invulling had. Het valt niet mee om de huidige invulling van het vwo-B programma als 'echte' wiskunde te karakteriseren. Met de intrede van de 'sociale' en 'gebruiks'wiskunde verloor ook het 'bewijzen' terrein. Helaas dient daarbij te worden opgemerkt dat ook dit onderdeel in het onderwijs eigenlijk al alle zinvolheid was ontnomen. Een herbezinning op dit onderdeel in relatie met 'gezond verstand' redeneren lijkt niet overbodig.

Naast deze veranderende doelen zijn er nog meer argumenten te vinden die tot de wijzigingen hebben geleid:

2 *Nieuwe inzichten in het leren en onderwijzen*
Al tijdens de jaren zeventig werden de fundamenten gelegd voor een benadering van het wiskundeonderwijs die uiteindelijk nu zijn beslag krijgt op de middelbare scholen. Leren is geen passief proces van informatie opzuigen en het in allerlei gescheiden compartimenten opslaan in de hersenen. Leren moet je doen. De leerlingen kunnen bijvoorbeeld hun wiskundige concepten gedeeltelijk zelf reconstrueren aan de hand van een 'echt' probleem. Daarbij is ruimte voor eigen strategieën, eigen niveaus, interactie en reflectie op het gevolgde proces. Het komt daarbij mooi uit dat deze opvatting – gesteund door cognitieve psychologen – zo prachtig past bij de verschuiving in doelstellingen.

3 *Nieuwe wiskunde*
Nederland staat erom bekend snel in te haken op nieuwe ontwikkelingen op wiskundegebied. De discrete wiskunde – vooral in opkomst door de computer – heeft alweer jaren een plaats in de lessen in de bovenbouw van het vwo en havo. Grafen en matrices en optimaliseringsproblemen zijn belangrijke nieuwe gebieden in toepasbare wiskunde die snel in ons land zijn geïmplementeerd. Een ander nieuw vakgebied, dat van de exploratory data analysis (nog steeds aan belang winnend) heeft ook al sporen achtergelaten in de nieuwe leerplannen.

4 *Technologie*
Een vaak genoemd alibi voor innovatie is de invoering van nieuwe technologieën. Zo heeft de invoering en ontwikkeling van de computer nieuwe vakgebieden impulsen gegeven, zoals zojuist gemeld. Helaas heeft de computer op school nog lang niet de verwachte effecten opgeleverd. De computer blijft een marginaal instrument waarvan de invloed tot op dit moment vrij beperkt is – althans voor de meeste scholen. Maar de toekomst staat vlak achter de deur: de zakcomputer (die het vwo-B examen zo voor u maakt) is er al voor iets over de *f* 100,– en de handpalmcomputer die 'derive' gebruikt voor iets over de duizend gulden. Over vijf (?) jaar een zakcomputer met derive en veel meer voor *f* 100,–? Het lijkt erop en dat zal wel degelijk invloed op het curriculum hebben. Het is niet voor niets dat er nu al verzoeken bij het Ministerie van Onderwijs liggen om het vwo-B programma te herzien vanwege de graphic calculator.

5 *Nieuwe maatschappij*
Niet alleen is de wiskunde vermaatschappelijkt, ook de maatschappij zelf is aan snelle veranderingen onderhevig. De informatie-maatschappij maakt het nodig dat we die informatie ook goed kunnen waarderen en plaatsen. Maar ook de veranderende samenstelling van de bevolkingsopbouw in Nederland stelt zijn eisen aan het wiskundeonderwijs. De rol van de vrouw in de maatschappij is veranderd en zal waarschijnlijk verder veranderen. Allochtonen vormen een niet te verwaarlozen deel van onze bevolking en 'onze' wiskunde is niet altijd per definitie 'hun' wiskunde, om over contexten maar te zwijgen.

De veranderingen zijn dus niet geheel uit de lucht komen vallen.
Wat wel verrassend is te noemen is het feit dat de vernieuwing van achter naar voren heeft plaats gevonden: eerst vwo bovenbouw, toen havo bovenbouw en nu de rest. De basis als sluitstuk: zoiets kan alleen in het wiskundeonderwijs.

Het Programma

Hoe ziet die basis er nu uiteindelijk uit?
Laten we beginnen met op te merken dat wat er in september aan de Staatssecretaris wordt aangeboden niets meer is dan een rapport, of anders geformuleerd: een begin. Het begint allemaal 'pas' in 1993 (ijs en politiek dienende).

De COW moest een examenprogramma leveren voor lbo/mavo C/D en programma's voor alle andere schoolsoorten: lbo AB, havo en vwo. De nu voorliggende programma's zijn gebaseerd op een grote variëteit van feiten: de veranderde doelen van wiskundeonderwijs, de inzichten van de breed samengestelde commissie COW, de inzichten van het uitvoerend Team 12-16 en de door het team uitgevoerde experimenten op een klein aantal scholen, de ervaringen van de docenten en leerlingen van de experimenteerscholen, de reacties van velen, vooral docenten, op publikaties van de COW en W12-16, de ongevraagde reacties van geïnteresseerden, de officiële reacties van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren en de VALO Wiskunde, om er enige te noemen.

Er zijn een paar duidelijke hoofdzaken in het rapport aan te wijzen:

– De invoering van het onderdeel: rekenen.
Dit zal velen nauwelijks verbazen. Het garandeert enerzijds een betere aansluiting met de basisschool en anderzijds zal het rekenen onderhouden worden, wat een harde noodzaak lijkt. Uit de reacties van het 'veld' bleek dit onderdeel dan ook buitengewoon positief gewaardeerd te worden.

– De verschuiving binnen de algebra.
Deze verschuiving is nadrukkelijk een gevolg van de al eerder genoemde verschuiving in doelen: meer gebruikerswiskunde, meer interpretatie, meer flexibel kunnen omspringen met verschillende representatievormen, minder geïsoleerd van de andere onderdelen. Dat heeft consequenties voor andere facetten van de algebra: het gaat minder om de algebra zelf, minder om manipulaties met symbolen, minder om technieken in de traditionele zin. De discussie over de algebra is tamelijk heftig geweest en heeft ook continu tot bijstelling en betere legitimering van de huidige keuzes geleid. Het blijven echter aanbevelingen en de toekomst zal moeten leren in hoeverre deze verwachtingen ook gerealiseerd kunnen worden. Het lijkt duidelijk dat nog veel onderzoek en ontwikkeling op dit terrein moet plaats vinden. Het veld heeft ons al geleerd dat de richting van de bijstelling wordt gewaardeerd maar dat men twijfels heeft over de mate waarin deze richting geëffectueerd kan worden.

– De vernieuwing van de meetkunde.
De meetkunde floreerde niet echt in het vigerende programma, overigens een zeer internationaal verschijnsel. De Euclidische meetkunde leed zeer onder de veroordeling van de 'Bourbakisten' aan het eind van de jaren 50: 'A bas Euclide!' Dat is met het invoeren van de 'moderne wiskunde', gebaseerd op de verzamelingenleer, ook heel aardig gelukt. Maar de transformatiemeetkunde bleek alras ook een tamelijk lege verzameling.
Inmiddels is er een gedeeltelijke vervanging ontwikkeld die de meetkunde van het kijken genoemd kan worden: het 'wat' van het zien en het 'hoe' daarvan vormen interessante vragen om de wereld om je heen te verkennen en te begrijpen. Daar komt ook veel redeneren bij kijken, maar op een heel andere manier dan in het traditionele programma. Een probleem vormt de symbiose met de facetten uit het traditionele programma die waard bleken om behouden te blijven. Maar ook op dit terrein is het laatste jaar een flinke vooruitgang geboekt, mede dank zij de vele positief kritische veldreacties. Een uitdagend meetkundeprogramma lijkt het gevolg. En uiteraard past dit goed bij de ontwikkelingen elders in het wiskundeonderwijs.

– Een nieuw statistiek- en grafenplan.
Zoals gezegd wordt er steeds meer gebruik gemaakt van statistiek en exploratory data analysis. Niet alleen in de vakliteratuur, maar vooral ook in de media: krant, tijdschrift, tv, etc. Het is daarom onvermijdelijk dat al in een vroeg stadium aan dit facet van de 'sociale' wiskunde aandacht wordt besteed. Daarbij is ook gepoogd de leerlingen een kritische attitude bij te brengen en niet meer de grafiek van een willekeurige deskundoloog als wetenschappelijk en dus betrouwbaar te ervaren.

De grafen en netwerken, alsmede de daarbij behorende tabellen (hogerop matrices geheten) waren al geïntroduceerd in het havo en vwo bovenbouwprogramma. Zij vormen krachtige middelen om de werkelijkheid te visualiseren en leveren op een zeer basaal niveau een goede discussie over modelvorming op. Tevens ligt hier een mooie link naar het combinatorische tellen, daar bomen in feite ook grafen zijn.

Aansluiting

De aansluiting op de basisschool en het vervolgonderwijs is niet geheel naadloos. Zoals al opgemerkt lijkt de aansluiting op de basisschool alleen maar beter te zijn geworden. Dit mede vanwege het feit dat de filosofie bij het primair onderwijs al langer de realistische signatuur draagt (ruim 70% van de scholen gebruikt zogenaamde realistische rekenmethoden).
De horizontale afstemming tussen de trajecten voor lbo/mavo, havo en vwo is vooral de eerste jaren goed, daarna waaieren de trajecten uit.
In het havo-traject is de leerstof zo gekozen dat in de eerste twee leerjaren de Kerndoelen Basisvorming verwerkt zijn en dat in de derde klas rekening is gehouden met drie groepen leerlingen. Het programma moet een zinvolle afsluiting zijn, of voorbereiden op Wiskunde A of Wiskunde B.
Ook in het vwo-traject is de basisvorming in de eerste twee jaar ingebouwd. Voor het derde jaar is een leerplan voorgesteld waarin het vwo zich duidelijk onderscheidt van het havo, vooral ook in de algebra. Zeker lijkt een herbezinning nodig van het totaal: vwo 3 en 4.
Een duidelijk probleem doet zich voor bij de overgang van mavo D naar havo B. Bij het ontwerpen van het CD programma is in de eerste plaats gekozen voor een brede oriëntatie op functioneren in de samenleving en in de diverse beroepen. Daardoor is de aansluiting naar havo B minder dan optimaal en niet naadloos. De COW meent dat dit een verantwoorde keuze is omdat slechts een klein deel van de leerlingen deze doorstroom vormt en dat de kwaliteit van deze leerlingen een zekere garantie zal vormen voor een succesvolle bijspijkering.
Voor wat betreft de doorstroming naar het mbo (vanuit lbo/mavo) is er duidelijk rekening gehouden met de gewenste kwaliteiten in de vervolgopleidingen. Zowel vanuit de VMTS als uit het mavoverband is waardering voor het programma geuit.

En nu: u

De toekomst zal leren in hoeverre het rapport realistisch is in de zin dat het implementeerbaar is. Een rapport is slechts een verzameling van geordende woorden. De onderliggende basis wordt gevormd door de grote hoeveelheid leerlingmaterialen die het team W12-16 heeft geproduceerd. Maar de groep experimenteerscholen is klein en een echte toetsing van het rapport en programma zal pas plaatsvinden als u, als docent, zelf met dit programma gaat werken.
De nascholing zal essentieel zijn, de schoolboekenschrijvers hebben een grote verantwoordelijkheid, de toetsenmakers zullen met argusogen worden gevolgd. Te verwachten is dat het nieuwe leerplan tegelijk met de basisvorming in het schooljaar 1993-1994 op alle scholen zal worden ingevoerd. Het APS organiseert een samenwerkingsverband waaraan alle lerarenopleidingen in Nederland deelnemen om ervoor te zorgen dat de kwaliteit van de nascholing optimaal kan zijn. In dit samenwerkingsverband blijven ook de tien experimenteerscholen participeren, waardoor ook een voortdurende wisselwerking met de praktijk gegarandeerd is. Voorzover wij kunnen overzien ligt ook de produktie van nieuwe schoolboeken passend bij het toekomstige onderwijs op schema.
Maar de grootste druk ligt bij de docenten die weer een vernieuwing 'over zich uitgestort' krijgen. Natuurlijk, velen vinden de vernieuwing al aan de late kant en zeer gewenst, anderen zien het als weer een bedreiging van de kwaliteit van het onderwijs, weer anderen als een lastenverzwaring. Dat laatste is zeker waar: het onderwijs zoals door de COW graag gezien stelt hoge eisen aan de docent.
Maar we hopen dat de vrucht van dat onderwijs de docent zeer bevredigt.
Misschien is vernieuwing dan echt verbetering.

► Meetkunde en weerbaarheid

Bram van der Wal

Het vak wiskunde heeft ten opzichte van de andere in de basisvorming genoemde vakken een duidelijke voorsprong. Het ontwikkelteam 12-16 is immers al enkele jaren bezig met de ontwikkeling van een nieuw wiskundeprogramma voor de onderbouw van het voortgezet onderwijs. Zij doet dat in opdracht van de Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs (COW).
Paradoxaal genoeg is het de verwachte komst van de basisvorming geweest die de intrede van het nieuwe wiskundeprogramma heeft vertraagd. Kennelijk heeft men het niet raadzaam gevonden de docenten twee maal in korte tijd met veranderingen te confronteren.
Het ontwikkelteam 12-16 heeft de afgelopen jaren stevig aan de weg getimmerd. De inhoud van het nieuwe wiskundeprogramma werd door middel van lespakketjes, specials van de Nieuwe Wiskrant en het Trajectenboek steeds duidelijker.
Het is duidelijk dat het ontwikkelteam 12-16 zich bij de invulling van haar plannen heeft laten leiden door dezelfde gedachten die ten grondslag liggen aan de basisvorming. Naast een vernieuwing van het wiskundeonderwijs gaat het tevens om een nieuwe kijk op onderwijs in het jaar 2000. De kerndoelen voor wiskunde in de basisvorming lijken dan ook rechtstreeks weggelopen te zijn uit de broedruimte van COW.

Visie

Beoordeling van de ter tafel liggende plannen, gecomprimeerd terug te vinden in het Trajectenboek, is daarom niet los te koppelen van de houding die men aanneemt ten aanzien van de basisvorming. Er is meer aan de hand dan een nieuw leerplan wiskunde: het gaat om de visie die men heeft op hoe onderwijs in de komende decennia vorm moet krijgen. Dat daarbij levensbeschouwelijke elementen in het geding zijn bewijst de discussie die bij het schrijven van deze bijdrage nog steeds gevoerd wordt in de Eerste Kamer. En dan gaat het nog slechts over het – voor sommigen – trieste overblijfsel van wat eens de middenschool zou worden.
Beoordeling van het nieuwe programma kan dan ook nauwelijks zonder de bril met deze nieuw geslepen glazen op te zetten. Dat laat onverlet of men het met de visie die achter de basisvorming schuilt wel of niet eens is.
Uitgangspunt van de basisvorming is het feit dat zo mogelijk alle leerlingen in het voortgezet onderwijs een bepaald minimumprogramma hebben gehad. Daarvoor behoeven ze niet in één klas te zitten en mogen ze er afhankelijk van hun capaciteiten korter of langer over doen.
Verder mag bekend verondersteld worden dat er drie algemene doelstellingen voorafgaan aan de kerndoelen. Daarvan is gerichtheid op het vak (wiskunde dus) er een van. De twee andere richten zich op de persoonlijke ontwikkeling en maatschappelijke vorming en op het vervolgonderwijs en de beroepskeuze. Deze laatste doelstellingen zijn voor de meesten van ons vreemde eenden in de bijt.

Gevolgen

Het feit dat de basisvorming uitgaat van een minimumprogramma voor alle leerlingen in het voortgezet onderwijs heeft alleen daarom al consequenties voor de inhoud van dit programma. Dat de leerlingen, afhankelijk van hun capaciteiten, dit programma na kortere of langere tijd mogen afronden doet aan de inhoud niet veel af.
Een basisprogramma wiskunde voor alle leerlingen kan niet anders dan een breuk betekenen met de tot nu toe gangbare invulling. Op dit moment is het

programma voor mavo/lbo immers een zwak aftreksel van dat voor havo/vwo. Dat is niet onlogisch want de lijnen naar 'boven' moeten tenslotte openblijven.
Dat bij het uitkleden van het programma een aantal onderwerpen verdwijnt is meer dan logisch. Te abstracte en te gecompliceerde onderwerpen worden weggestreept.
Voor het lbo B-niveau resulteert dit tenslotte in een meetkundeprogramma dat nog slechts bestaat uit transformaties en metriek. Dat is het dan. De leerlingen zijn wat dit wiskundeonderdeel betreft vrijwel uitsluitend bezig met het uitvoeren van berekeningen in rechthoekige driehoeken, het berekenen van oppervlakten van figuren, volumes van lichamen en het uitvoeren van spiegelingen en translaties. Het mavo/lbo C/D-programma biedt nauwelijks meer.

Nieuw meetkundeprogramma

Gezien vanuit het standpunt van de lbo/mavo-docent is het nieuwe meetkundeprogramma een verademing. Het is duidelijk dat er gekozen is voor een benadering die uitgaat van de leefwereld van de leerling.
De gekozen onderwerpen bieden stuk voor stuk vrijwel oneindig veel mogelijkheden om de ruimte waarin we leven te ontdekken. Bovendien is het mogelijk de onderwerpen op diverse niveaus te behandelen. Het open karakter van de leerstof biedt gelegenheid andere werkvormen te beoefenen dan tot nu toe gebruikelijk. Juist omdat de leerstof zo dicht bij de belevingswereld van de leerling staat nodigt het uit tot het samen werken aan opdrachten, het maken van werkstukken en geïntegreerde wiskundige opdrachten.

Bezwaren

Tegenstanders van deze lijn menen de hier geschetste aanpak van de meetkunde te moeten samenvatten met de dooddoener knippen en plakken, daarmee suggererend dat het wiskundeonderwijs op het niveau van de fröbelschool komt. Afgezien van het feit dat er niets mis is aan knippen en plakken voor sommige leerlingen in daartoe geschikte situaties, wordt in de praktijk naar hartelust gewerkt met modellen om de ruimte hanteerbaar te maken. Elke geplande stadsuitbreiding gaat tenslotte gepaard met een presentatie aan de hand van een maquette. Op deze manier komt men tegemoet aan de wens van de burger inzicht te krijgen in wat te wachten staat. Dezelfde architecten die deze uitbreiding ontwierpen hadden daarvoor al dagenlang kartonnen doosjes en plastic boompjes in allerlei variaties naast elkaar gezet. Dichter 'bij huis', bij de lerarenopleidingen, staan de vitrines in hallen en lokalen bijkans bol van de knipcultuur.
De angst voor de nieuwe methode lijkt eerder ingegeven door de gedachte dat het mystieke sfeertje dat om de wiskunde hangt dreigt te verdwijnen. Straks zou iedereen wat van wiskunde begrijpen! Je hebt er niet eens een speciale knobbel voor nodig. Wiskundigen hebben de afgelopen jaren niet veel anders ondernomen dan van hun vakgebied een onneembare veste maken. Ze zagen kans een vakjargon op te roepen dat door niemand werd begrepen – de weinige ingewijden uiteraard uitgezonderd – laat staan dat de maatschappelijke relevantie ervan werd ervaren.
Waar wiskundigen door een groot deel der natie worden beschouwd als bedrijvers van zuivere wetenschap, die zich laten leiden door millennia geleden geformuleerde stellingen, wetten en eigenschappen, gedragen ze zich als schriftgeleerden ener religieuze beweging die de tekenen duiden.

Toen en nu

Helaas is het bijna onmogelijk om een vergelijking te maken met het huidige meetkundeprogramma in het voortgezet onderwijs om de doodeenvoudige reden dat we op dit moment met een verwaterd residu hebben te maken van wat in de tweede helft van de jaren zestig als smaakmakend gold. Om een paar voorbeelden te noemen. Vervullen puntverzamelingen nog een functie in het huidige programma? Wat is de rol van de transformaties in de meetkunde nu?

Een vergelijking met het programma van de beginjaren zestig en daarvoor is daarentegen goed mogelijk. Er was sprake van een consistent geheel. De stellingen die elkaar in een rap tempo opvolgden en slechts voorafgegaan werden door enkele (waren het er twee?) axioma's gaven je als leerling het idee als een klein wetenschappertje bezig te zijn. Deze suggestie werd versterkt door fluisterstemmen die zeiden dat je door het beoefenen van wiskunde leerde denken.

Ik heb dat laatste nooit begrepen. De inbeelding dat je de wereld en het leven beter leerde verstaan (dit is voor mij essentieel) door het optrekken van zo'n bouwwerk kon, denk ik, alleen in een tijd dat men dacht dat de grote-mensenwereld toch wel vanuit een zekere orde zou functioneren.
Eerlijk gezegd heb ik leren denken vanaf het moment dat ik ontdekte dat alle ordening in de wereld onafgebroken in zichzelf gespannen en zelfs onderdrukkende en gewelddadige aspecten vertoont. Die ontdekking heeft bij mij en heel veel anderen een denkproces op gang gebracht. Dat heeft geleid tot het open houden van de eigen luiken: kritisch kijken en luisteren, ontleden en combineren.
De congruentiegevallen en de toepassingen ervan, de stelling van Stewart en de formules om de lengte van diverse bijzondere lijnstukken in driehoeken te berekenen waren zonder twijfel een uitdaging voor een beperkt aantal leerlingen. Deze leerlingen zullen echter meer geboeid zijn geweest door de esthetica van de wiskunde dan door de toename van het denkvermogen.

Rendement

Het bovenstaande laat onverlet dat de 'oude wiskunde' de mogelijkheden verschafte om bepaalde studies te volgen, al moet men ook hier niet te hoge verwachtingen koesteren. Toch is het moeilijk te bedenken dat men zonder een stevige wiskundekennis technische of economische studies zou beginnen.
Daarmee is echter nog niets gezegd over de inhoud van die wiskunde. Zou een andere inhoud niet evenveel of meer waarde hebben gehad voor vervolgstudies?

Maar goed, gedane zaken nemen geen keer. Er ligt nu een nieuw leerplan op tafel voor de onderbouw. Met name het meetkundegedeelte geeft gelegenheid de kijk op de omgeving te verruimen. De onderwerpen zijn toegankelijk voor vrijwel alle leerlingen, vooral omdat het startpunt in de eigen leefwereld ligt. De maatschappelijke waarde lijkt voldoende als we er van uit gaan dat elke leerling in zijn leven een huis zal inrichten, een reis zal uitstippelen, het ontwerp voor een nieuwe autosnelweg of tunnel of TGV (hoge snelheidstrein) moet kunnen beoordelen. Met andere woorden: deze meetkunde kan een wezenlijke bijdrage leveren aan de weerbaarheid van grote groepen.
Dat de onderwerpen in eerste instantie geen bouwstenen zijn van een volledig bouwwerk hoeft geen bezwaar te zijn. Er zijn meer vakken aan te wijzen waar een aantal bouwelementen pas in een later stadium aan elkaar verbonden worden en dan een hecht geheel vormen. Natuurkunde en biologie zijn daar sprekende voorbeelden van. De bloedsomloop en de spijsvertering vormen toch ook aparte leereenheden.
Het op tafel liggende plan lijkt de mogelijkheden in zich te hebben leerlingen inzicht te verschaffen in de ruimte en daarmee te kunnen manipuleren. Dat is meer dan we op dit moment van de leerling uit de onderbouw mogen verwachten.

Tenslotte

Het leerplan en met name de lespakketjes suggereren tevens een nieuwe aanpak van het wiskundeonderwijs. Er is meer aandacht voor doe-wiskunde (het wiskunde*werk*lokaal), er is ruimte voor geïntegreerde wiskundige activiteiten en, och arme, er zou gewerkt kunnen worden in heterogeen samengestelde groepen. Waar de inhoud van het nieuwe programma aan de wiskundesectie te slijten moet zijn, geldt dat waarschijnlijk niet voor de gesuggereerde uitvoering ervan. Het lijkt me luchtfietserij te denken dat de modale wiskundeleraar (al geconfronteerd met een nieuwe inhoud) ook nog op een andere manier van lesgeven overgaat.

► Het voorgestelde programma in grote lijnen

Wim Groen

Invloeden op de schoolwiskunde

Er bestaat een theorie die zegt dat er globaal drie invloeden zijn die de inhoud van het wiskundeonderwijs in het voortgezet onderwijs bepalen: de wiskunde zelf, de maatschappij en de (leer)psychologie. Volgens diezelfde theorie zouden deze invloeden elkaar afwisselen met een periode van ruwweg 40 à 50 jaar.
De leerplanwijziging van 1968 werd in gang gezet aan het begin van de jaren zestig en sterk bepaald door de wiskunde en de psychologie. In een interview met Fred Goffree (zie: Ik was wiskundeleraar) vertelt Vredenduin hoe sterk de uitstraling was van de conferentie in Royaumont en hoe bepalend de ontwikkelingen binnen de wiskunde waren voor het ontwerpen van het nieuwe curriculum. Maatschappelijke invloeden speelden ook wel mee (er was ook toen al een roep om meer toepasbare wiskunde), maar moesten het tegen de vakinhoudelijke eisen afleggen.
In de loop van de jaren zeventig liep de invloed van de zuivere wiskunde terug, terwijl de invloeden van de maatschappij op het curriculum bepalend werden. Een en ander had natuurlijk ook te maken met de veranderende opvattingen over de rol van de school in de maatschappij. Dit alles klopt heel goed met de grafiek hiernaast die ontleend is aan een artikel van Peter Galbraith in het Canadese tijdschrift 'For the learning of mathematics (November 1988)' met als titel: 'Mathematics education and the Future: a long wave View of Change' (zie figuur 1).

Het leerplan van 1968

In 1968 kwam de 'moderne wiskunde' de school binnen. Verzamelingenleer en transformaties werden naar voren geschoven, de congruentiemeetkunde verdween en werd ingeruild voor een aftreksel van transformatiemeetkunde die in het begin van de jaren zestig door Troelstra c.s. in een voor leerlingen bruikbare vorm was gegoten.

Bij dit alles werd ook veel aandacht gegeven aan de manier waarop de wiskunde moest worden genoteerd. 'Wie goed nadenkt over de te gebruiken notatie zal ook goed gaan nadenken over de denkstappen zelf', zo moet ongeveer de redenering zijn geweest van de voorstanders van de toenmalige programmawijzigingen. Aardig wordt deze trend geïllustreerd door een stukje tekst uit een schoolboekje anno 1969 voor de tweede klas vwo (zie figuur 2).

Welke van de volgende uitspraken zijn waar, welke onwaar?

a. $3^2 + 3 \cdot 2 + 2^2 = \frac{3^3 - 2^3}{3 - 2} \wedge \frac{15}{21} + \frac{10}{35} \in Z$

b. $\neg (3^2 + 3 \cdot 2 + 2^2 = \frac{3^3 - 2^3}{3 - 2} \wedge \frac{15}{21} + \frac{10}{35} \in Z)$

c. $3^2 + 3 \cdot 2 + 2^2 \neq \frac{3^3 - 2^3}{3 - 2} \wedge \frac{15}{21} + \frac{10}{35} \notin Z$

d. $3^2 + 3 \cdot 2 + 2^2 \neq \frac{3^3 - 2^3}{3 - 2} \wedge \frac{15}{21} + \frac{10}{35} \in Z$

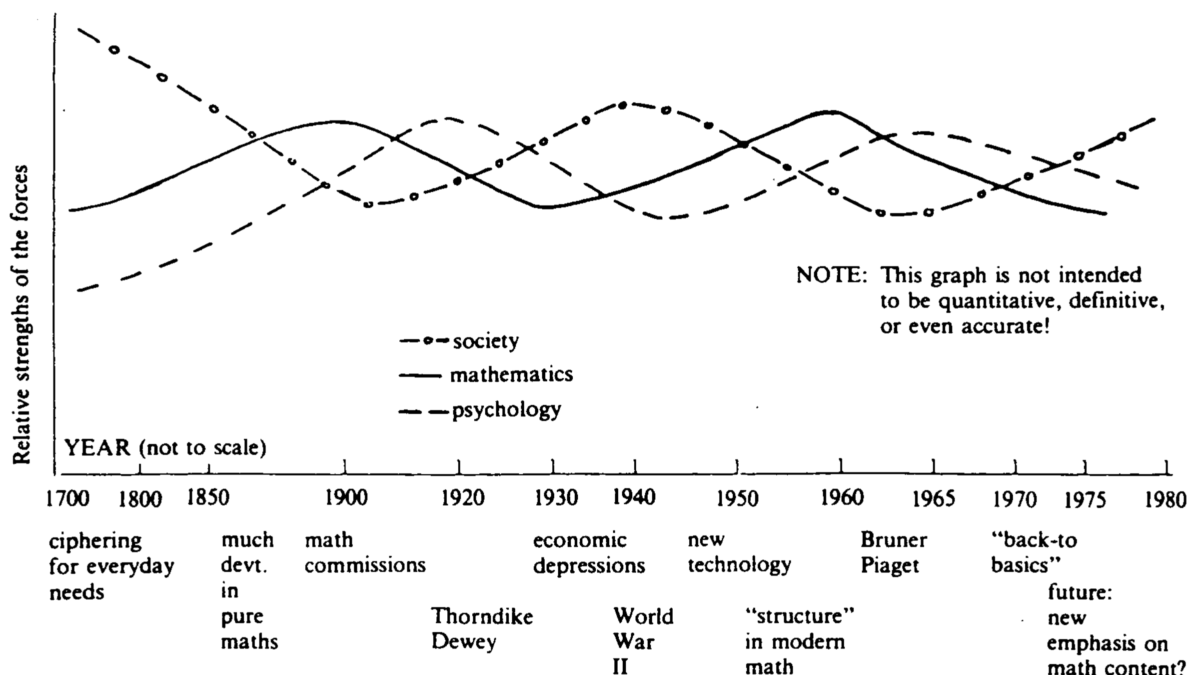
e. $\frac{2}{3} \in Q^+ \wedge -4 \in Z^+$

f. $\neg (\frac{2}{3} \in Q^+ \wedge -4 \in Z^+)$

g. $(\neg \frac{2}{3} \in Q^+ \vee (\neg -4 \in Z^+)$

h. $(\neg \frac{2}{3} \in Q^+ \wedge (\neg -4 \in Z^+)$

Figuur 2
(Uit Kindt, Maassen en Van Oosten: *Moderne Algebracursus*, Malmberg 1969)



Relative strengths of the influential forces on mathematics curricula. After Shirley [1980]

Figuur 1
(Ontleend aan *For the learning of mathematics*, nov. 1988)

Opvallend in de discussies die in die tijd over het wiskundeleerplan werden gevoerd is, dat er ook toen al mensen waren die riepen dat je veel meer moest letten op de mate waarin de schoolwiskunde buiten de wiskunde zelf bruikbaar was. De eerste ICME-conferentie in 1967 had zelfs tot thema: 'The teaching of mathematics so as to be useful'. In de leerboeken verschenen in eerste instantie allerlei (quasi)realistische toepassingen. Maar de leraren dachten zozeer in termen van zuivere wiskunde en waren aan dat soort wiskunde zo weinig gewend dat de toepassingen geleidelijk een zachte dood stierven. In de tweede generatie leerboeken vind je die toepassingen nauwelijks nog terug.

Artikelen in Euclides betroffen vooral zaken als: moet je als leraar spreken over de functie f(x) of moet je liever f zeggen? En is er verschil tussen de definitieverzameling en het domein van een functie?

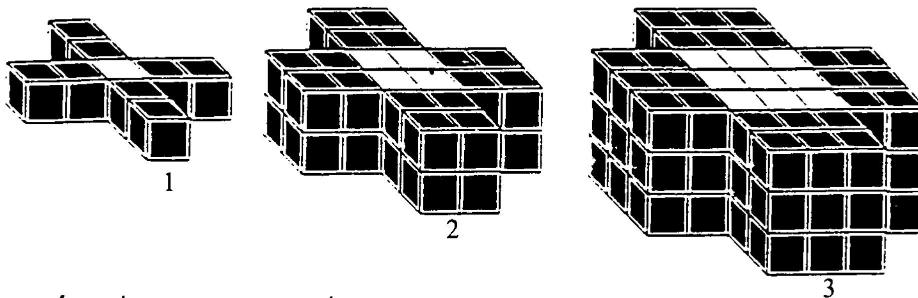
Moet je bij de opbouw van de vectormeetkunde werken met vrije vectoren of met vaste vectoren? Hoe kun je functiebegrip op een voor leerlingen verteerbare manier tevoorschijn toveren uit het cartesisch produkt van twee verzamelingen? En moet je dan eerst de relaties behandelen en daarna de functies of moet het omgekeerd?

Aspecten van het voorgestelde programma W12-16

Wie zich verdiept in de voorstellen voor het nieuwe onderbouwprogramma komt tot de conclusie dat in nog maar nauwelijks twintig jaar de wereld er geheel anders is gaan uitzien.
Vergelijk maar eens de schoolboektekst uit 1969 met een stukje uit een proefpakketje voor het nieuwe onderbouwprogramma.

(Zie figuur 3 op de volgende bladzijde.)

Hier staat een nieuwe rij bouwsels, met dubbel zoveel zwart.



15a Geef weer formules voor zwart en wit.

b Welke kleur wint het op den duur?

c Bij welk rangnummer zijn er nu evenveel zwarte als witte kubussen?

16a Bij welk rangnummer zijn er twee keer zoveel zwarte als witte?

b En wanneer zijn er twee keer zoveel witte als zwarte?

c Is er ook een bouwsel met 100 keer zoveel witte als zwarte?

Uit: *Winnende Formules*

Figuur 3

Twee dingen vallen zeker op:

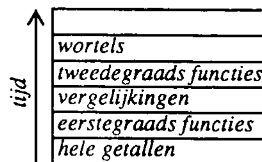
1 Alle curriculumontwerpers zijn aanhangers van de zogenaamde *realistische stroming* die als belangrijkste uitgangspunten heeft dat wiskunde bruikbaar moet zijn in niet-wiskundige situaties en dat het onderwijs gebruik moet maken van niet-wiskundige, realistische *contexten.*
Daarmee is het toverwoord van de nieuwe wiskunde gevallen. In kringen van leerplanontwikkelaars wordt wiskunde zonder context vaak enigszins smalend 'kale wiskunde' genoemd.
Met dezelfde overtuigingskracht waarmee dertig jaar geleden voor structuur en uniformiteit werd gepleit, wordt nu het realistische context-gebonden wiskunde-onderwijs verdedigd. Realistische situaties zouden motiveren, het denken ondersteunen, nuttig zijn bij het ontwikkelen van een 'probleemoplossende houding' en de bruikbaarheid van de opgedane kennis en vaardigheden sterk vergroten.
Argumenten voor deze stellingen worden ontleend aan veranderde inzichten binnen de leerpsychologie en aan de veranderde rol van de school in de maatschappij (zie hierover bijvoorbeeld het artikel van Jan de Lange in dit nummer).
Of het van contextgebruik te verwachten heil wel zo groot is als door leerplanontwerpers wordt beweerd, valt te betwijfelen. Men kan verwachten dat niet elke leerling met die contexten even gelukkig is. In ieder geval worden leerstijlverschillen tussen leerlingen in zo'n rigide standpunt niet gehonoreerd.

2 In de voorstellen gaat het niet alleen om de inhoud van de wiskunde die in de onderbouw geleerd moet worden, maar ook om de wijze waarop die wiskunde zou moeten worden gebruikt en overgedragen. Deze impliciete vermenging van didactiek en wiskunde is langzaam maar zeker de leerplanontwikkeling binnengeslopen. In 1968 was

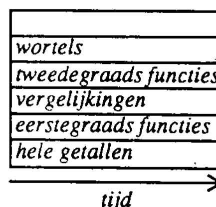
het volstrekt ondenkbaar dat leerplanontwerpers zich zouden bemoeien met de didactiek. In de Hewet-tijd (begin van de jaren tachtig) werd er door de ontwerpers van de proefpakketjes wel een poging gedaan de didactiek te beïnvloeden, maar in de officiële stukken kom je daarover niets tegen. Bij de invoering van het nieuwe bovenbouwprogramma voor de havo (eind van de jaren tachtig) gaat aan de omschrijving van de wiskundige inhouden een preambule vooraf, waarin de doelen van het vak expliciet worden omschreven. Daarin kom je zinnen tegen als: 'Het doel van wiskunde A is dat kandidaten aan de werkelijkheid ontleende problemen kunnen doorgronden en kunnen oplossen met wiskundige *hulpmiddelen*'.
Wat in deze zin natuurlijk vooral opvalt is dat het oplossen van *aan de werkelijkheid ontleende* problemen primair is en dat de wiskunde die je daarbij nodig hebt een hulpmiddel wordt genoemd. Ook bij de aanhef van het wiskunde B-programma voor de havo staat dat het vooral gaat om het gebruik van wiskunde in andere vakken.
Hoewel de officiële tekst van het nieuwe onderbouwprogramma nog moet verschijnen, valt te verwachten dat daarin ook zinsneden zullen zijn opgenomen die aangeven waar en hoe de te leren wiskunde gebruikt en onderwezen zal moeten worden.
Over de te hanteren didactische volgorde trof mij een passage uit een artikel in de *Nieuwe Wiskrant* (jrg. 10, nr. 1) over de voorstellen rond de schoolalgebra (zie figuur 4).
Het is duidelijk dat in de visie van de leerplanontwerpers de didactische opbouw van de leerstof een wezenlijk onderdeel van de leerplanvoorstellen zal vormen.

Een draai van 90 graden

Je kunt je de school-algebra grof voorstellen als een stapel 'hoofdstukken'. De hoofdstukken hebben wiskundige namen:



Het is een grof schetsje, maar de bedoeling is duidelijk: de hoofdstukken zijn in zekere mate afgeronde wiskundige delen, de tijdsvolgorde wordt door hun wiskundige inhoud bepaald. De 'graad' van een functie vertelt in welk hoofdstuk hij hoort. Wat we nu voorstaan is in eerste instantie de richting van de tijd draaien. Zo:



In het eerste plaatje kies je voor één functietype tegelijk en doe je er allerlei wiskundigs mee.
In het tweede plaatje kies je voor een breder kader functies tegelijk en doe je er eerst iets wiskundig eenvoudigs mee en pas later iets abstracters.

Het gaat er natuurlijk niet om dat we met álles tegelijk beginnen. De bedoeling is wel: begin met eenvoudige wiskundige technieken, pas die toe in een breed kader.

Figuur 4 (Ontleend aan: *Nieuwe Wiskrant*, jaargang 10, nr. 1)

Golfbewegingen in het curriculum?

Uit de hierboven genoemde theorie over de invloeden op het schoolwiskunde-curriculum zou volgen dat na de rage van het realisme de wiskunde zelf weer meer invloed zou krijgen. Er zijn inderdaad tekenen die er op wijzen dat beroepswiskundigen van universiteiten zich binnenkort met de schoolwiskunde zullen gaan bemoeien. Tussen wiskundefaculteiten is een correspondentie op gang gekomen waarin onder andere zorg wordt geuit over de inhoud van het wiskundeleerplan van het voortgezet onderwijs. Tenminste één wiskundige heeft inmiddels gepleit voor de introductie in de bovenbouw van het vwo van een 'echt' wiskundevak dat een betere voorbereiding voor toekomstige studenten in de exacte wetenschappen zou moeten zijn. Of het gevolg van die bemoeienis zal zijn dat er in de onderbouw een opleving van de geest van de jaren zestig zal optreden, is onwaarschijnlijk. Wel zullen er veranderingen komen in het programma wis-

kunde B van de bovenbouw en bij het tot stand komen van deze veranderingen zal de wiskunde als wetenschap een meer prominente rol spelen dan in de Hewet-tijd.

Aansluiting van het voorgestelde leerplan op de bovenbouw van havo en vwo

Hoewel in andere bijdragen in dit nummer de verschillende leerstoflijnen uitvoerig aan de orde worden gesteld, is het misschien toch goed over de aansluiting op de bovenbouw van het havo en vwo enkele opmerkingen te maken:

De meetkunde
Het spreekt vanzelf dat na de herleving van de meetkunde in de bovenbouwprogramma's ook in de onderbouw meer aan meetkunde wordt gedaan. In de voorstellen zijn dan ook talrijke boeiende stukjes meetkunde terug te vinden. Het centrale thema wordt gevormd door kijklijnen en kijkhoeken. Allerlei meetkundige activiteiten zoals het maken van verschillende soorten aanzichten en plaatjes komen uitvoerig aan de orde.
Jammer is het echter dat, voor zover uit de materialen is na te gaan, te weinig wordt gewerkt aan het systematisch opbouwen van een verzameling stellingen en regels die als gereedschap voor redeneringen in de bovenbouw-meetkunde kunnen dienen. In de leerstofbeschrijving kun je talloze plaatsen aanwijzen waar van leerlingen redeneringen worden gevraagd. Onduidelijk blijft echter waar je bij die redeneringen van mag uitgaan; wat 'mag je zo zien' en wat moet je met eerder gevonden resultaten onderbouwen?
Ook jammer is het, dat stellingen over hoeken en bogen, die zo goed aansluiten bij de kijkhoeken, niet als leerstof worden genoemd.
Het valt te verwachten dat de toekomstige bovenbouwleerlingen wel een goed ruimtelijk inzicht zullen hebben kunnen ontwikkelen, maar dat ten aanzien van de bouwstenen voor het geven van redeneringen nog het een en ander zal moeten worden aangebracht of zal moeten worden gesystematiseerd.

De algebra
De totale tijd die er voor het opbouwen van algebraïsche vaardigheden is uitgetrokken, is kleiner dan in de huidige situatie (loopt terug van ruwweg de helft tot ruwweg één derde). Weliswaar zeggen de ontwerpers van de algebra-lijn dat door een onderbouwing van het begrip 'variabele' door goed gekozen contexten de rekenregels op veel natuurlijker manier naar voren komen, maar het uitstellen van het letterrekenen lijkt toch nogal riskant.
De situatie doet enigszins denken aan wat er in het begin van de jaren zeventig werd gedaan rond het oplossen van vergelijkingen. Leerlingen werd geleerd dat je aan beide 'kanten' hetzelfde getal mocht optellen of er hetzelfde getal van aftrekken. Die stappen moesten geruime tijd uitvoerig worden opgeschreven. (Wie zijn Russische leerpsychologen kent, weet dat je niet te snel moet verkorten, nietwaar.) De leerlingen leerden uitstekend wat er precies gebeurde tijdens het oplossen van de vergelijkingen, maar bij sommigen duurde het jaren voordat de gewenste verkortingen inderdaad optraden. In de voorstellen over de algebralijn valt op dat er bij de ontwerpers een zekere koudwatervrees voor het werken met variabelen bestaat. De introductie ervan wordt lang uitgesteld. Lang wordt er gewerkt met zogenaamde 'woordformules' van het type dat ook mijn ongeletterde grootvader placht te gebruiken als hij vertelde hoe hij de inhoud van een watervat berekende: 'straal maal straal maal drie maal hoogte'. Bij het lezen van zulke formules dringen herinneringen aan de bladzijden die Van den Berg al in 1956 schreef over persisterende onvolwassenheid en leermoeilijkheden op de middelbare school zich onweerstaanbaar op (zie J. H. van den Berg: Metabletica, Callenbach, Nijkerk, 1974).
Het is gebruikelijk in didactische literatuur de problemen rond de algebraïsche vaardigheden in de bovenbouw weg te wuiven. Toch moet helaas worden vastgesteld dat ook betere leerlingen daarop vaak vastlopen. Of die problemen door het uitstellen van het algebraïsche rekenen zullen verminderen, is twijfelachtig.
Er zal rekening moeten worden gehouden met het

feit dat in de bovenbouw algebraïsche vaardigheden expliciet (weer) aan de orde zullen moeten komen.

Rekenen
Dat het rekenen in allerlei contexten nu expliciet een plaats heeft gekregen, is een wezenlijke vooruitgang. Aanwezige rekenvaardigheid kan daardoor worden onderhouden en ontbrekende vaardigheid kan worden opgebouwd. Uiteraard zal daarbij de rekenmachine een verstandige rol gaan spelen. Vooral voor hen die in de richting gaan van wiskunde A kan dit onderdeel veel narigheid voorkomen.

Informatieverwerking en statistiek
Dit onderdeel was nooit een struikelblok. Dat er nu ook aandacht wordt gegeven aan grafen en matrixachtige tabellen geeft weer een betere aansluiting met de zojuist ingevoerde bovenbouwprogramma's.

Tenslotte

Bovengenoemd commentaar is gebaseerd op leerstofoverzichten en proefpakketjes. Het echte curriculum wordt uiteraard bepaald door de manier waarop de auteurs van schoolboeken de ideeën vorm zullen geven en door de manier waarop leraren met dat curriculum zullen omgaan. Zo was het in de jaren zeventig (denk maar aan het geruisloze verdwijnen van de transformatiemeetkunde uit de onderbouw ten gevolge van het ontbreken van een vervolg in de bovenbouw en aan het lot van de verzamelingenleer) en zo zal het ook nu weer zijn.
Het is denkbaar dat de hierboven gesignaleerde problemen in de meetkunde- en in de algebralijn door auteursteams en docenten op passende wijze worden opgelost, al wekt de gedetailleerde beschrijving van leerdoelen en urenaantallen de indruk dat de speelruimte niet al te groot is.

● 40 jaar geleden ● ●

► En teken de grafiek

d. Grafische voorstellingen

Het komt voor, dat de candidaat niet in staat is in de figuur bij een gegeven waarde van x de bijbehorende ordinaat te tekenen of grafisch te onderzoeken, welke waarden een gegeven functie aanneemt. Ook het grafisch onderzoeken van ongelijkheden levert grote moeilijkheden.
Het blijkt telkens weer, dat candidaten een grafiek tekenen aan de hand van een van buiten geleerd schema, maar geen begrip schijnen te hebben van het verband tussen functie en grafiek. In het bijzonder geldt dit bij het ontwerpen van grafieken van gebroken functies. Men moet trachten door een logische redenering tot de opbouw van een grafiek te komen, zonder daarbij gebruik te maken van een mechanisch procédé.
Zo kan men de grafiek van $\frac{x^2+1}{x}$ b.v. zeer wel doen ontstaan uit de grafieken van de functies x en $\frac{1}{x}$, door de overeenkomstige ordinaten op te tellen.
Ook zou men deze grafiek kunnen afleiden uit de grafieken van de functies $x^2 + 1$ en x. Men kan daarna de grafiek nader gaan onderzoeken. Dit onderzoek kan zich beperken tot vragen, voor welker beantwoording uitsluitend verondersteld wordt, dat de candidaat beschikt over het nodige inzicht in de betekenis van een grafiek.

Uit het Verslag van het Staatsexamen A, in Euclides 27-9 (1951-1952).

▶ Aha, algebra!

M. van Hoorn

Wat is algebra? Rekenen met letters of woorden? Begrijpen dat die letters staan voor een begrip, een grootheid?
Het is moeilijk te zeggen wat algebra is. Een echte grondslag ontbreekt, en heeft ook altijd ontbroken. Variabelen komen ad hoc te voorschijn. Het begrip *variabele* is fundamenteel, evenals het begrip *onbekende*. En wat is nu eigenlijk een *grafiek*?
Pogingen om zulke begrippen te definiëren zijn nauwelijks zinvol. Aan een grote meerderheid van de leerlingen zijn definities ervan niet besteed. Toch zou er voor de docent, of andere geïnteresseerde, een duiding mogen zijn van de lijn, die uitgezet wordt voor de leerlingen. Eh, àls die lijn er is.
De W 12-16-plannen munten uit door ideeënrijkdom. Voortdurend worden de leerlingen uitgedaagd zich te verdiepen in allerlei problemen. Daarbij viert het *realisme* hoogtij. Het lijkt alsof het realisme een doel is. De vraag rijst of er *algebraïsche* doelen zijn.

Geen rituele wiskunde

Als docent moet je je richten op wat van de leerlingen verwacht wordt. Je maakt gebruik van wat je aangeboden wordt in leerboeken. Dat is niet verplicht, en niet iedereen gebruikt leerboeken.
Hoewel het programma al vele jaren ongewijzigd bleef, bleven de leerboeken niet ongewijzigd. De verzamelingenleer is al duidelijk aan het verdwijnen. De verzamelingen hadden blijkbaar geen zin, geen doel. In elk geval geen algebraïsch doel.
Wat te zeggen van associatieve, commutatieve en distributieve wetten? Fundamentele wetten, maar mosterd na de maaltijd voor leerlingen die vanaf hun zesde jaar – of daaromtrent – al kunnen rekenen. Algebra is overduidelijk een voortzetting van het rekenen. Aan formaliteiten is daardoor ook in de algebra geen behoefte.
Hoe anders is het met de echt nieuwe dingen: *negatieve getallen* en *wortels.*
Even een terzijde. De slogan 'Meneer Van Dalen Wacht Op Antwoord' is een zachte dood gestorven. Ten eerste doordat de M en de W op de basisschool niet meer voorkwamen, inventieve geesten bedachten nog 'Van Dam Op Ameland', maar ook dit is overruled door de rekenmachine-volgorde. MVDWOA was net zoiets als 'Pa Brengt Beschuit Met Thee': Politie, Brandweer, Begrafenisstoet, Militaire Colonne, Tram. Ook zo'n steriel rijtje, dat eveneens niet meer geldig is. Geen verlies.
Ik moet zeggen, dat ik altijd geïntrigeerd ben geweest door technieken om formules te memoriseren. Wie schrijft eens een monografie over de ezelsbrug? Ik ken leerlingen die, tot hun eigen grote tevredenheid, de ezelsbrug SOSCASTOA gebruiken. Zij maken mij daarmee exact duidelijk wat volgens hen verbalisme is, louter een afspraak. Daar ben ik dan weer tevreden over. Tot zover dit terzijde.
Het werken met *negatieve getallen* en *wortels* is niet zozeer algebra, maar rekenen. Dit is een dubieuze bewering. Het is zaak om in het rekenen en in de algebra te zorgen voor een doorgaande lijn. 'Min maal min is plus'. Wat is dat? Een truc, een ezelsbrug, een wet, een welbegrepen algoritme? Net zoiets als 'Delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde'.
Rekenen met breuken, wortels en negatieve getallen is vele malen belangrijker dan de abc-formule of de cosinusregel. Als we – vooral – de abc-formule maar eens zouden mogen afschaffen, dan valt een loden last uit het programma. Dan verdwijnt de rituele dans om de tweedegraads vergelijkingen en dan ook die om de parabool. Kennis van en inzicht in parabolen en tweedegraads vergelijkingen is nut-

tig. Het vormt geen hoofddoel van het algebraonderwijs. Weg met de rituele wiskunde dus... maar: graag met behoud van nuttige kennis en echte vaardigheden: aangaande variabelen en onbekenden, aangaande negatieve getallen en wortels, en uiteraard ook aangaande grafieken.
De tweedegraads functies hoeven niet helemaal weg. Waarom zouden (pardoes) exponentiële functies belangrijker zijn?
Er zullen formules (nodig) blijven, zo niet voor alle, dan toch voor sommige groepen leerlingen. Mogen formules op een formulekaart staan? Of geprogrammeerd zijn in een rekenmachine? Dàt is een zaak waarover we grondig moeten nadenken.

Longitudinale planning

Vóór mij op tafel ligt de brochure 'Longitudinale planning voor het reken- & wiskunde-onderwijs in Nederland', in 1985 uitgegeven door NVvW en NVORWO.
Wil je goed kunnen nadenken over de algebra die 12-16-jarigen zouden moeten krijgen, dan moet je zicht hebben op het leerproces van deze leerlingen op lange termijn. Wat hebben ze gehad? Wat zullen ze nog tegenkomen? Dit is niet voor alle leerlingen gelijk, en het verandert bovendien met de tijd. De rekenmachine beïnvloedt tegenwoordig elk leerproces.
De brochure 'Longitudinale planning' maakt korte metten met *mechanistisch* onderwijs:
qua inhoud:
- nadruk op geïsoleerde rekenregels en betekenisarme weetjes;
- nadruk op kale cijferopgaven onder elkaar;
- ontbreken van betekenisvolle toepassingen;

qua didactiek:
- geringe aandacht voor begripsvorming;
- gering gebruik van hulpmiddelen en modellen;
- vroegtijdige formalisering;
- éénsporige regelgeleide procedures;
- vergaande splitsing van de stof in deelgevallen;
- toepassingen hooguit achteraf.

Dat dit niet goed is, wordt in de brochure, en ook elders, uiteengezet. Al met al is het een pleidooi tegen de rituele wiskunde voor mavo/lbo C/D.
Het tovermiddel tegen deze kwalen wordt ons niet onthouden: *realistisch* onderwijs. Ik zie wel, dat je met realistische wiskunde iets doet aan enkele van de euvelen die hiervoor opgesomd staan. Ik zie niet, dat realistisch onderwijs een tovermiddel is. Werken met contexten is toch niet de sleutel die overal op past?
Verder lezend in de brochure 'Longitudinale planning' zie ik, dat tot realistisch wiskundeonderwijs óók gerekend wordt een andere wijze van omgaan met basisvaardigheden. Verwezen wordt naar een andere brochure: '10 voor de basisvorming rekenen/wiskunde' (1984).
Een analyse van wat voor 12-16-jarigen belangrijk is ontbreekt in de 'Longitudinale planning'. Het was ook niet de opdracht aan de samenstellers om zulk een analyse het licht te doen zien. Dat zou moeten geschieden door een afzonderlijke, nog in het leven te roepen commissie. Door de COW dus. Mij valt op, dat de COW niet met zo'n analyse is gekomen. De ideeën over mechanistisch (fout) en realistisch (goed) zijn meer uitgangspunt dan discussiepunt geweest. Een opsomming van algebraïsche basisvaardigheden is er niet, laat staan een discussie over de wijze waarop basisvaardigheden zouden kunnen worden aangebracht.
Voor de algebra is een longitudinale planning zelfs niet in schijn aanwezig.

Vaardigheden

Graag had ik van de COW vernomen hoe zij gestalte wil geven aan eigen leerwegen voor leerlingen, aan de kennismaking met functionele verbanden, aan flexibel gebruiken van algoritmen, aan systematisch opbouwen van het begrip variabele, aan omgaan met veeltermen met haakjes en negatieve coëfficiënten. Opmerkingen daarover tref ik sporadisch en ad hoc aan.
Nu heb ik de volgende brochure ter hand genomen: 'Vaardigheden, 1001 redenen waarom leerlingen geen goede routine hebben' (J. van Dormolen/NVvW, 1975). Deze brochure las ik destijds, en lees ik heden ten dage nog, met veel plezier. Ik weet wel zeker dat de auteur zelf nu allerlei aanmerkingen op zijn publikatie zou hebben. Voor mij doet dat niets af aan de waarde ervan.
De brochure 'Vaardigheden' is geschreven in het

pre-realistische tijdperk. Dat maakt extra duidelijk dat je heel goed over *goede routine* kunt praten zonder speciaal aan contexten te denken.
Ik zeg niet, dat het door de COW voorgestelde programma geen verbetering is. Ik acht het een grote verbetering. Ik mis echter de onderbouwing. Ik mis vertogen van de COW over de opbouw van algebraïsche vaardigheden. Ik vrees dat het realisme al te *klakkeloos* bewonderd wordt.

Veel voorkomende fouten

Als een leerling schrijft: $3 \times \frac{a}{b} = \frac{3a}{3b}$, wat is er dan aan de hand? Vooral, lijkt mij, is er aan de hand dat deze leerling niet weet wat $\frac{a}{b}$ betekent. Een fout als hier genoemd wordt veel gemaakt. Ik noem er nog één: $4a - (2a + 3) = 4a - 2a + 3$. Ik zou er veel meer kunnen noemen, tientallen en nog eens tientallen. De vraag is: hoe voorkom je zulke fouten? Denk niet, dat ik een pasklaar antwoord heb.
Gelukkig heeft de COW zijn oor te luisteren gelegd bij de leerlingen. Voor veel lbo-leerlingen (met name op A- en B-niveau) is letterrekenen misschien wel helemaal misplaatst. Die leerlingen moet je er dan ook niet mee lastig vallen. Waarbij we eerlijk hopen dat die leerlingen terecht zitten waar ze zitten.
Maar fouten als hiervoor genoemd komen ook voor, veelvuldig zelfs, bij mavo-, havo- en vwo-leerlingen. Daarin had de COW zich moeten verdiepen. Daarop moet ook de nadruk liggen in leerboeken, in nascholingscursussen, in de initiële opleidingen. Van fouten moet je leren, je moet ze niet negeren. Liever een goed programma dan een overladen programma.

Tenslotte sluit ik me graag aan bij Wansink, zoals hij geciteerd werd in Euclides 67-7, in de rubriek '40 jaar geleden': 'Ik acht de leraar van meer centrale betekenis dan het leerboek'.
De algebra blijft wel.

► Voortgezet rekenen

Nico Olofsen

In het nieuwe leerplan wiskunde voor mavo, lbo en de eerste drie leerjaren van havo en vwo worden vijf leerstofgebieden onderscheiden. Eén daarvan is rekenen.[1] Onderwerpen uit het rekenen worden in afzonderlijke lessen bij wiskunde onderwezen. Natuurlijk wordt er ook op dit moment al flink gerekend in de wiskundelessen. In het lbo is rekenen een apart vak. Op mavo, havo en vwo wordt vaak in de studielessen aandacht besteed aan rekenvaardigheden. Nu echter heeft het rekenen een volwaardige plaats binnen de wiskunde op het voortgezet onderwijs gekregen.
Na een beschouwing van de inhoud van het leerstofgebied rekenen wordt aandacht besteed aan het huidige reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Daarbij zal de meeste aandacht uitgaan naar de zogenaamde realistische stroming, omdat deze op dit moment in de basisschool het meest vertegenwoordigd is en als voorloper beschouwd kan worden van de wiskunde zoals die in het nieuwe leerplan geschetst wordt.

Rekenen in het leerplan wiskunde 12-16

Voor rekenen is globaal 15 procent van de beschikbare lestijd uitgetrokken. Dit betekent grofweg één les rekenen in iedere twee lesweken. De onderwerpen die in deze lessen aan de orde komen, zijn

verhoudingen, procenten, breuken en decimale getallen en de zakrekenmachine. Verder wordt er vanzelfsprekend ook veel gerekend binnen de andere leerstofgebieden.

De opstellers van het leerplan 12-16 hebben er goed aan gedaan het rekenen een eigen plaats te geven binnen het wiskundeonderwijs. Behalve dat rekenen leuk kan zijn, is het nuttig in het dagelijks leven en nodig voor andere vakken. Bovendien wordt terecht opgemerkt dat voor veel leerlingen het rekenen op het eind van de basisschool nog niet afgerond is.[2] Voor sommigen zal aandacht voor het rekenen dan ook een bijdrage betekenen tot verdere begripsvorming, voor anderen zullen de op de basisschool aangebrachte basisvaardigheden op deze manier onderhouden en verdiept worden.
Een nadere bestudering van de onderwerpen voor rekenen leert dat er grote zorg is besteed aan een goede aansluiting op de basisschool. Het handig rekenen en het schattend rekenen hebben een volwaardige plaats toebedeeld gekregen. De grote nadruk die gelegd wordt op een verdere uitbouw en verdieping van bij leerlingen aanwezige noties van verhoudingen, is terecht.

De rekenmachine heeft in het programma een geheel eigen plaats verworven. Het is te hopen dat de uitgesproken intentie – het inzichtelijk gebruiken van de rekenmachine – in de dagelijkse lespraktijk bewaarheid wordt. De rekenmachine kan wat het inzichtelijk omgaan met getallen en bewerkingen met getallen betreft, alsmede de noodzakelijke getalgevoeligheid en gecijferdheid, aanzienlijke schade aanrichten. Mogelijk leidt de aandacht die de rekenmachine nu heeft verkregen, tot verder onderzoek naar de didactische kanten die het apparaat heeft. Veel op de basisschool gebruikte methoden raden het gebruik van de rekenmachine aan; de realiteit is echter anders.[3] De ontwerpers bevelen het gebruik van de rekenmachine al voor de eerste klas aan. Juist daar zal een kritisch oog nodig zijn. Aan breuken en decimale getallen worden in de eerste klas 4 lesuren uitgetrokken. Gezien de onvoldoende beheersing van het breukbegrip door veel basisschoolleerlingen kan de vraag gesteld worden of dit niet te weinig is. Voor B-, C- en D-stroom wordt het rekenen met breuken vrijwel geheel met de rekenmachine gedaan. Daarbij dient opnieuw de opmerking geplaatst te worden dat ervoor gewaakt dient te worden dat het breukrekenen niet mechanistisch wordt.
Het is opmerkelijk te constateren dat aan het cijferen geen aandacht wordt besteed, althans niet expliciet. Juist het cijferend delen is voor veel basisschoolleerlingen een moeilijk onder de knie te krijgen algoritme.[4] Het is niet verstandig de delingsalgoritme geheel en al door de rekenmachine te laten overschaduwen. Aandacht in de eerste klas voor het cijferen lijkt niet onterecht.

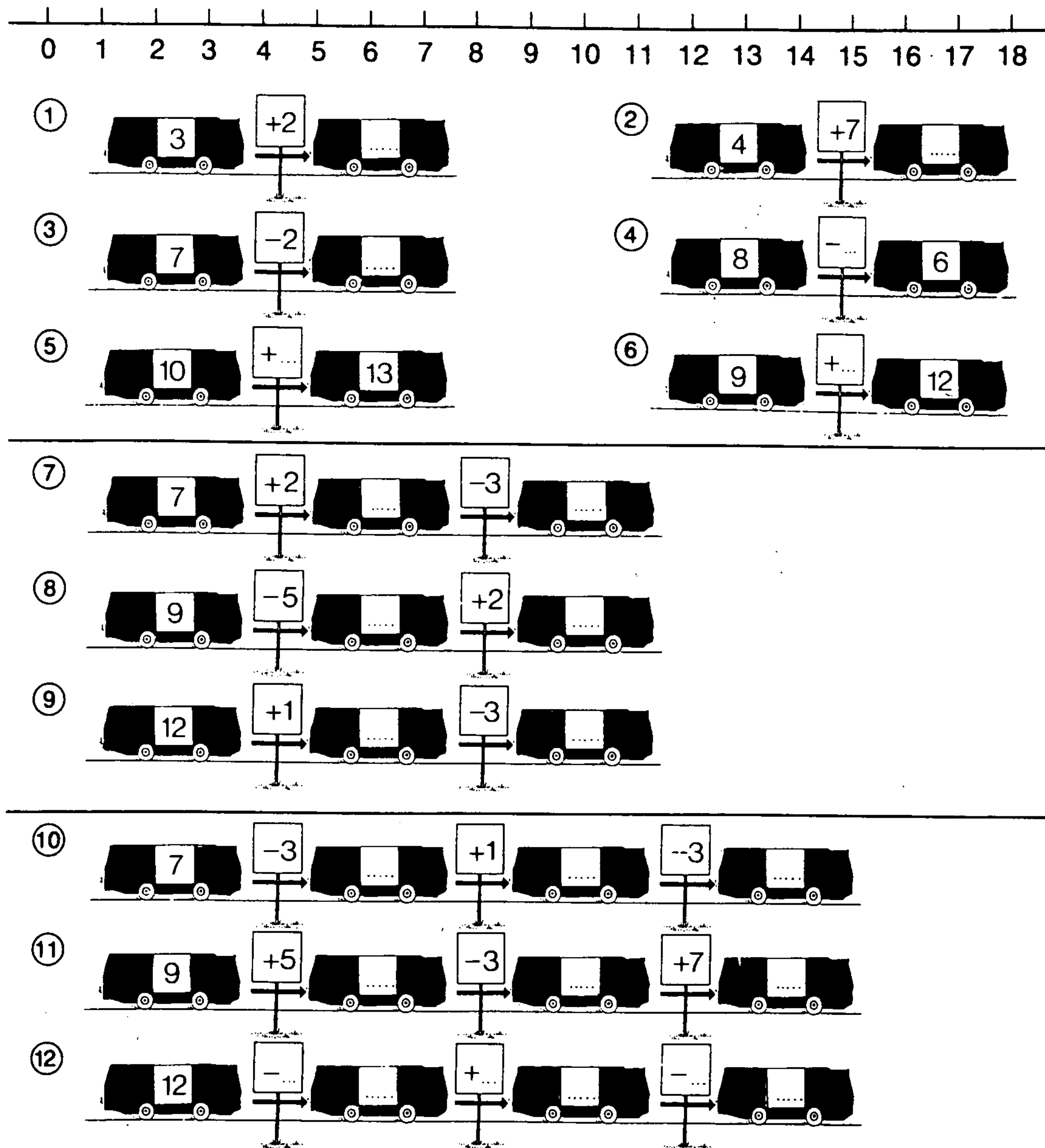
Realistisch reken-wiskundeonderwijs

Leerlingen in de eerste klas van het voortgezet onderwijs komen veelal van verschillende basisscholen. Dit betekent dat de nieuwgevormde klassen vaak zeer divers van samenstelling zijn. Ook in reken-wiskundig opzicht zijn er grote verschillen. Voor het grootste deel worden die veroorzaakt door de vele reken-wiskundemethoden die op de markt zijn. Globaal zijn de gangbare methoden in te delen in twee totaal van elkaar verschillende stromingen: de mechanistische en de realistische stroming. Een op mechanistische leest geschoeide leerling komt met een heel andere kijk op rekenen het voortgezet onderwijs binnen dan een realistisch opgeleide leerling. In 1980 was 95 procent van de gebruikte leerboeken mechanistisch van aard en slechts 5 procent realistisch. Maar in de daarop volgende tien jaar is het klimaat veranderd: in 1990 is 75 procent van de leerboeken realistisch en nog slechts 25 procent mechanistisch. Het is vrijwel zeker dat mechanistisch rekenen uiteindelijk zal verdwijnen. Zover is het alleen nog niet.

De voorgeschiedenis in kort bestek

Het rekenen op de lagere school was aan het eind van de jaren zestig door het steeds maar weer schrappen van leerstof een onsamenhangend en schraal geheel geworden. Een gebrek aan een duidelijke visie op het vak is daar mede de schuld van geweest. Bovendien loerde er gevaar vanuit het buitenland: de New Math-beweging dreigde om-

maak de pijlsommen in je schrift



Figuur 1
De buscontext als voorbeeld van een context om begripsvorming te ondersteunen, in dit geval het optellen en aftrekken
Uit: *Rekenwerk* deel 3b.

streeks 1970 het rekenonderwijs in de ogen van velen in negatieve zin te beïnvloeden. In 1971 ging de Wiskobasgroep binnen het IOWO de leerplanontwikkeling grondig aanpakken. Na tien jaar onderzoeks- en ontwikkelingswerk lagen er als resultaat negen jaargangen van het Wiskobas Bulletin op tafel. Ze zijn achteraf bekeken de bronnenboeken voor het huidige reken-wiskundeonderwijs gebleken. Gelukkig werden de op gang gezette ideeën door de opheffing van het IOWO in 1981 niet in de ijskast gezet. De afgeslankte opvolger van het IOWO, het OW&OC (thans Freudenthal instituut), de SLO, het Cito en anderen, zoals methodenschrijvers namen de fakkel over. Vanaf het midden van de jaren zeventig wordt steeds vaker gesproken over rekenen/wiskunde.

Essenties van realistisch reken-wiskundeonderwijs

Realistisch reken-wiskundeonderwijs wordt vanuit een aantal onderwijsprincipes ontwikkeld. In het kort kunnen deze als volgt gekarakteriseerd worden:
– *Contexten* nemen een centrale plaats in het onderwijsleerproces in. In dit opzicht is de term 'realistisch' veelzeggend. Essentieel is dat contexten niet alleen gebruikt worden om de toepasbaarheid van rekenen en wiskunde duidelijk te maken; juist het gebruik van contexten om de begripsvorming te ondersteunen en om houvast te geven bij het formele rekenen is van wezenlijk belang (figuur 1).

– Het ontwikkelen van *modellen, schema's, diagrammen* en *symbolen* krijgt ruime aandacht. Op deze wijze wordt de kloof tussen reële contextproblemen en het formele reken-wiskundesysteem overbrugd.
– *Eigen constructies* van oplossingswijzen en *eigen produkties* van kinderen krijgen veel nadruk. Door de grote inbreng die kinderen op de aard en de vorm van de leerprocessen hebben, hoopt men te bereiken dat informele en intuïtieve aanpakken van kinderen vervolmaakt worden tot reflectieve en formele aanpakken. Deze *reconstuctiedidactiek* staat in schril contrast met de reproductiedidactiek zoals die in de mechanistische methoden gebezigd werd. Een duidelijk voorbeeld van deze reconstructiedidactiek is te vinden bij het progressief schematiseren bij het cijferen, waarvan in figuur 2 een voorbeeld wordt gegeven.
– Het onderwijs dient een *interactief* karakter te hebben. Het leren van wiskunde dient niet individueel plaats te vinden, maar juist in groepsverband. Het uitwisselen van informatie en het reflecteren op gevonden oplossingen krijgt een centrale plaats toebedeeld. Kinderen leren van en met elkaar (figuur 3). Bij mechanistische methoden betekent rekenen voor kinderen het eindeloos zelfstandig maken van rijtjes veelal kale sommen, vaak in hun eentje. Het is 'papieren rekenonderwijs'.

– Leergebieden dienen *verstrengeld* te worden aangeboden en sterk *gestructureerd* te zijn. Zo staan bij mechanistische methoden bijvoorbeeld verhoudingen los van breuken, terwijl bij realistische methoden verhoudingen vóór breuken aan de orde worden gesteld.

Zoals we al eerder schreven, lijkt de realistische stroming het definitief gewonnen te hebben van de mechanistische stroming. Dit wordt des te meer duidelijk, wanneer we kijken naar het huidige marktaanbod.[5]

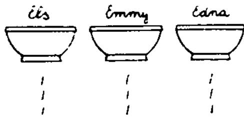
Aanbevolen literatuur

Het is vanzelfsprekend dat er een enorm aanbod van literatuur is. Hier is gekozen voor een opsomming van boeken en publikaties die naar de mening van de schrijver interessante informatie bevatten voor de wiskundedocent die binnen het nieuwe leerplan 12-16 lessen gaat geven.
In de *Almanak, reken-wiskundemethoden 1987*, uitgegeven door OW&OC, wordt iedere methode op heldere wijze aan een nadere analyse onderworpen. Naast een overzicht van de opbouw van de methode wordt aandacht besteed aan de door de methode gehanteerde differentiatie, aan de in de methode aanwezige leerstoflijnen en aan de problematiek van het toetsen.
A. Treffers, E. de Moor en E. Feijs: Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, Zwijsen, Tilburg 1989. In

Delen

❶ Weet je het nog?

a Uitdelen.



b Grotere hoeveelheden tegelijk uitdelen.

162						
− 6	1	1	1	1	1	1
156						
− 24	4	4	4	4	4	4
132						
− 60	10	10	10	10	10	10
72						
− 60	10	10	10	10	10	10
12						
− 12	2	2	2	2	2	2
0						

c Eén bakje tekenen.

162	
− 6	1
156	
− 24	4
132	
− 60	10
72	
− 60	10
12	
− 12	2
0	

d Er blijft wat over.

314 : 4 = 78 rest 2

− 4	1
310	
− 40	10
270	
− 40	10
230	
− 40	10
190	
− 40	10
150	
− 40	10
110	
− 40	10
70	
− 40	10
30	
− 28	7 +
2	78

e een kortere staartdeling.

432 : 6 = 72

− 300	50
132	
− 120	20
12	
− 12	2 +
0	72

f Nog grotere hoeveelheden uitdelen.

12636 : 27 = 200 + 200 + 60 + 8

− 5400	200
7236	
− 5400	200
1836	
− 1620	60
216	
− 216	8
0	

12636 : 27 = 468

− 10800	400
1836	
− 1620	60
216	
− 216	8
0	



❷ Nu zelf oefenen.

550 : 12 =	1869 : 12 =	2 809 : 306 =
954 : 16 =	9380 : 89 =	3 790 : 420 =
780 : 17 =	8007 : 73 =	54 080 : 532 =

Figuur 2
Het cijferend delen in Rekenwerk*: de verschillende fasen. De notatie wijkt af van de traditionele wijze.*

1. Tienden, honderdsten

Instap in het vermenigvuldigen met kommagetallen.

. Op het bord staat de som 4 x 0,6 =.
De leerkracht vraagt de leerlingen deze som uit het hoofd of op papier uit te rekenen. — individueel

. Besproken wordt hoe de leerlingen de som hebben aangepakt. — leergesprek

Mogelijk is:

- *een herhaalde optelling*

  0,6
  0,6
  0,6
  0,6 +
  2,4

- *twee keer verdubbelen* $4 \times 0{,}6 = 1{,}2 + 1{,}2 = 2{,}4$

- *door 0,6 op te vatten als maatgetal, bijv. 0,6 km of 0,6 m.*

  $4 \times 0{,}6$ km $= 4 \times 600$m $= 2400$ m $= 2{,}4$ km
  $4 \times 0{,}6$ m $= 4 \times 60$ cm $= 240$ cm $= 2{,}4$ m

- *vanuit 4 x 6 = 24. Omdat 0,6 10 keer kleiner is dan 6, zal de uitkomst van 4 x 0,6 ook 10 keer kleiner zijn dan 24.*

. Op dezelfde manier worden andere sommen gemaakt en besproken: — individueel/leergesprek

5 x 0,25 =
3 x 0,09 =
9 x 0,5 =
10 x 0,3 =

Bij de opgave 5 x 0,25 = kan de mogelijkheid die te interpreteren als een geldsom aan de orde komen: 5 kwartjes is f 1,25.
Je kunt de andere sommen ook als geldsommen lezen:
3 keer 9 cent; 9 keer 5 dubbeltjes (9 x 0,5 = 9 x 0,50).
De som 9 x 0,5 kan ook uitgerekend worden via 9 x $\frac{1}{2}$, wat weer hetzelfde is als de helft van 9.
Inventariseer steeds de verschillende oplossingsmethoden die de leerlingen hebben bedacht. Vermijd dat een van die methoden wordt opgevat als standaardmethode voor het oplossen van dit soort opgaven.

Figuur 3.
Een voorbeeld van interactief onderwijs, met nadruk op eigen constructies. (Uit: *Rekenen en Wiskunde*, handleiding deel 7a).

het eerste deel worden kort en bondig de doelstellingen voor rekenen-wiskunde op de basisschool geformuleerd. Een nadere uitwerking van deze doelstellingen vindt plaats in delen 2, 3 en 4. Aan de delen 3 en 4 wordt nog gewerkt. In deel 2 wordt uitgebreide informatie over de basisvaardigheden en het cijferen aangetroffen.

F. Goffree, Wiskunde & Didactiek, vier delen, Wolters-Noordhoff, Groningen 1985. In deze voor de Pabo-student geschreven boeken ligt de nadruk weliswaar op de didactiek van het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, maar kan juist zeer veel gevonden worden over de ideeën van de realistische stroming. Deel 0 bevat voorbeelden en re-

flectieve oplossingen van opgaven uit reken- en wiskundemethoden van de basisschool.
Recente ontwikkelingen binnen het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool worden regelmatig in tijdschriften gepubliceerd. De belangrijkste hiervan zijn:
Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, Panamapost (Hogeschool Midden Nederland/Faculteit Educatieve Opleidingen, Freudenthal instituut). Hoewel het tijdschrift zich voornamelijk richt op diegenen die betrokken zijn bij opleiding, nascholing, begeleiding, ontwikkeling en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, bevat het tijdschrift zeker ook nuttige informatie voor onderbouwdocenten in het voorgezet onderwijs.
Willem Bartjens, tijdschrift voor reken-wiskundeonderwijs op de basisscholen (Zwijsen, Tilburg). Dit tijdschrift is bestemd voor de leerkracht basisonderwijs. Veelal staan er zeker ook voor het voortgezet onderwijs bruikbare lessugesties in. Ook aan recente ontwikkelingen binnen de didactiek van het reken-wiskundeonderwijs wordt veel aandacht geschonken.
De Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO) houdt zich in meest ruime zin bezig met het rekenwiskundeonderwijs. Door zich als lid op te geven verzekert men zich van toezending van bovengenoemde zeer lezenswaardige tijdschriften.[6]

Noten

1. De andere leerstofgebieden zijn: algebra, meetkunde, informatieverwerking en statistiek en geïntegreerde wiskundige activiteiten (GWA).
2. In 1988 werd een omvangrijk onderzoek gehouden naar de rekenvaardigheid van basisschoolleerlingen (groep 5 en groep 8). Dit onderzoek, Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau (PPON), zal in 1993 nogmaals verricht worden. Uit het onderzoek bleek onder andere dat verhoudingen door ongeveer 50 procent van de leerlingen in onvoldoende mate werden beheerst.
3. Heege, H. ter (1991). Ontwikkeling en onderzoek ten behoeve van de integratie van de zakrekenmachine in het basisonderwijs (1). Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs 10 (2), 26-32.
4. Bokhove, J. en J. Janssen (1989). Periodiek peilingsonderzoek in het basisonderwijs (5), resultaten peiling einde basisonderwijs deel 2. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, 7 (3/4), 3-14.
5. De meest gebruikte mechanistische methode is *Naar Zelfstandig Rekenen* (Wolters-Noordhoff, Groningen). De methode is qua leerstof en didactiek sterk verouderd.
Van de realistische methode noemen we:
Rekenen & Wiskunde (Bekadidact, Baarn);
De wereld in getallen (Malmberg, Den Bosch);
Taltaal, een rekenmethode voor de jaren '80 (Dijkstra, Zeist);
Rekenwerk (De Ruiter, Gorinchem);
Pluspunt (Malmberg, Den Bosch);
Operatoir Rekenen (Zwijsen, Tilburg).
6. Het lidmaatschap van de NVORWO kost *f*65,–, inclusief toezending van beide tijdschriften. Wil men slechts één van beide tijdschriften ontvangen, dan kost een lidmaatschap *f*40,–. Het adres van NVORWO luidt: NVORWO, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht.

► Herhaalde oproep

De komende jaren verandert er veel in het wiskundeprogramma voor de leerlingen van 12 tot 16 jaar. Euclides zal daar behoorlijk veel aandacht aan besteden. De redactie van Euclides wil zich daarom uitbreiden. Zij zoekt een **redacteur (m/v)** met name onder de docenten wiskunde uit het lbo/mavo.
De werkzaamheden van redacteuren bestaan uit het mede beoordelen van binnen gekomen artikelen, het stimuleren van collega's om van hun ervaringen in de klas in Euclides verslag te doen, zelf af en toe een bijdrage te leveren aan Euclides en het meebepalen van het redactionele beleid op de redactievergadering. Deze vergadering vindt drie keer per jaar plaats.
Iedereen uit genoemde sector die een klein beetje tijd aan het wiskundeonderwijs wil besteden, wordt uitgenodigd zich bij de voorzitter van de redactie te melden: Bert Zwaneveld, Bieslanderweg 18, 6213 AJ Maastricht, tel. 043 - 25 64 13. Tot de procedure hoort een gesprek met een aantal leden van de kernredactie van Euclides en een vertegenwoordiger van het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

▶ Informatieverwerking en statistiek

Bert Zwaneveld

Vooraf

De eerste gedachte die bij mij opkwam bij het onderwerp 'Informatieverwerking en statistiek' was: een onderwerp dat zich leent voor slogans: 'the medium is the message' (het woord 'informatieverwerking' riep althans deze kreet bij mij op) en 'er zijn leugens, grote leugens en er is statistiek'. Maar als je leest wat er op de verschillende plaatsen[1] over deze twee onderwerpen wordt gezegd, dan valt het met die kreten wel mee. Dit wil overigens niet zeggen dat ik geen kritiek zou hebben. Laat ik daar maar meteen mee beginnen. Aan het eind zal ik proberen mijn waardering te verwoorden.

Kritiek

Om te beginnen valt op dat er over één onderwerp, Informatieverwerking en statistiek, gesproken wordt – naast de onderwerpen algebra, meetkunde en rekenen – terwijl het naar mijn mening over twee geheel verschillende onderwerpen gaat, zoals blijkt uit nadere beschouwing van leerlingenpakketjes. Als de opstellers inderdaad vinden dat het één onderwerp is, dan is het naar mijn idee de enig juiste benaming Informatieverwerking, dat in twee (wiskundige) onderdelen uiteenvalt: statistiek en grafentheorie. Bij informatieverwerking gaat het om een belangrijk maatschappelijk verschijnsel. Iedereen krijgt via de media een onafzienbare berg informatie op zich af. Elk individu moet die informatie op de een of andere manier verwerken. Uit de leerlingenpakketjes blijkt dat het slechts om een klein deel van die berg gaat. Bij de grafentheorie is het informatie die met een gestileerd kaartje of een schema is weer te geven, waarbij in dat schema eventueel ook numerieke informatie gegeven wordt. Bij de statistiek, wiskundig gezien *beschrijvende* statistiek, gaat het om informatie met een numeriek karakter. Hierbij moet gedacht worden aan tellingen of metingen in allerlei situaties. Vaak wordt wel in het midden gelaten of alle elementen van een populatie onderzocht zijn of een steekproef.
Wat beide deelonderwerpen van informatieverwerking gemeen hebben is het zo overzichtelijk en inzichtelijk mogelijk weergeven van die informatie en het trekken van conclusies uit die gegevens. Naar mijn mening heel relevante zaken voor iedereen anno nu. Maar het lijkt mij beter de naam te veranderen: òf informatieverwerking òf statistiek en grafentheorie.
Omdat de onderwerpen zo verschillend zijn zal ik ze hier verder afzonderlijk bespreken.

Statistiek

De vraag wat de opstellers precies met dit onderwerp bedoelen, heeft zich een aantal malen aan mij opgedrongen. Bijvoorbeeld als er gesproken wordt over het gebruiken van een intuïtief kansbegrip bij het trekken van conclusies. Ook de voorbeelden in het leerlingenpakketje maken mij niet duidelijk wat er dan precies van een leerling verwacht wordt.
Ook de volgende vraag kwam bij mij op. Bij statistiek worden – als het bijvoorbeeld om het grafisch weergeven van gegevens gaat – situaties gebruikt die ook of net zo goed van pas kunnen komen als het gaat om het introduceren van een verband tussen twee grootheden in de algebra, als eerste stap naar het vastleggen van zo'n verband met variabelen en een formule. Denk bijvoorbeeld aan het gewicht en de lengte van een (aselecte) steekproef onder vrouwen van dezelfde leeftijd. Het verband

tussen de grootheden gewicht en leeftijd kan benaderd worden met een eerstegraads functie. Maar die eerstegraads functie blijft een zekere mate van onzekerheid houden. Nu is er naar mijn idee niets op tegen leerlingen bij het onderwerp algebra een situatie voor te leggen die in feite van statistische aard is. Maar ik vind wel dat hen duidelijk gemaakt moet worden dat er verschillen zijn. Zo blijft er bij een statistisch verband altijd een zekere mate van onzekerheid bestaan die ertoe leidt dat men extra voorzichtig moet zijn met conclusies of voorspellingen, terwijl bij een algebraïsch/functioneel verband van die onzekerheid geen sprake is. Er blijft voor de docenten en de schoolboekenauteurs – gelukkig – nog het een en ander te doen.

In het leerlingenpakketje Statistiek en Histogram en boxplot (trouwens ook in Kaart, graaf en tabel en in Graaf en tabel 3) komen een groot aantal heel aardige contexten aan de orde, waarmee naar mijn idee schoolboekenauteurs goed aan de slag kunnen. (Ik heb overigens begrepen dat de overdracht van ideeën vanuit het ontwikkelteam naar de schoolboekenauteurs beter verlopen is dan eertijds bij Hewet en Hawex.) Waar deze auteurs ook zeker aandacht aan zullen moeten besteden is *hoe* de gegevens verzameld zijn. Want voor het trekken van conclusies moet je dat ook weten. In de leerlingenpakketjes blijkt daar vaak niets van, terwijl dat voor een goed begrip van de gepresenteerde situatie, voor de wijze van weergeven en voor het trekken van conclusies onontbeerlijk is. In de situaties die de leerlingen voorgeschoteld krijgen, zijn de (numerieke) gegevens al verzameld. Of het (in statistische termen) over een steekproef of over de hele populatie gaat wordt niet vermeld. Getuige de tweede kreet van het begin van deze bijdrage is het bij statistiek uitermate belangrijk dat vanaf het allereerste moment de leerling een gezonde argwaan wordt bijgebracht tegen de gepresenteerde cijfers en de conclusies: geven de cijfers wel echt weer wat ze moeten weergeven, mogen deze conclusies wel getrokken worden? Laat ik dit met het eerste voorbeeld uit het pakketje Statistiek illustreren.

Een voorbeeld uit de statistiek

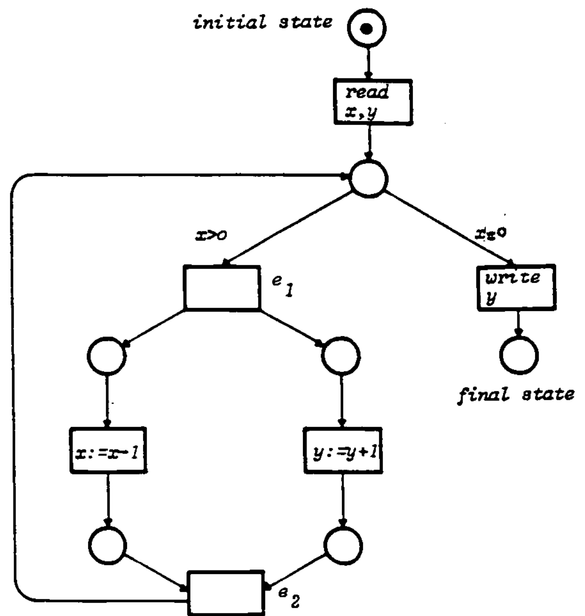
In het eerste onderwerp van statistiek gaat het om een onderzoek van de Consumentenbond naar onderhouds- en reparatiekosten van auto's. De kosten van een onderhoudsvriendelijke auto worden (grafisch) gegeven. Na 101.000 gereden km (hoe komt de Consumentenbond in hemelsnaam aan een dergelijke afstand?) zijn die kosten opvolgend: *f*4.256,–, *f*3.444,– en *f*1.976,–. Wat moet je je nu hierbij voorstellen? Om maar een paar vragen te noemen. Hangt dit niet af van het type of de prijsklasse van de onderzochte auto's? Hoeveel auto's zijn onderzocht? Hoe is de Consumentenbond aan deze auto's gekomen? (Hebben ze bijvoorbeeld een oproep tot deelname onder de leden in de Consumentengids gezet en hebben er toen *x* leden toegezegd mee te zullen werken?) Hebben vervolgens een aantal van deze leden inderdaad elke 5.000 km, vanaf 6.000 km hun kosten geturfd? Hoeveel mensen zijn er in de loop van de tijd gestopt? (Ik doe over 101.000 km meer dan vijf jaar en dan heb ik allang een nieuwe auto.) Was er precies één autobezitter die dat laagste bedrag van *f*1.976,– heeft uitgegeven, of is dit eigenlijk ook een soort gemiddelde, maar dan genomen over een op de een of andere manier gedefinieerde goedkoopste groep? Zijn de gemiddelde kosten de kosten over alle auto's in het onderzoek?
U moet mij goed begrijpen. Ik wil zeker niet dat de eerste de beste gepresenteerde context didactisch de mist in gaat doordat er voor de leerlingen veel te veel ingestopt wordt. Wat ik wil is dat een leerling steeds kritisch met de gepresenteerde gegevens om leert gaan. Immers, iemand die 'in het dagelijks leven' dergelijke gegevens tegenkomt moet op basis ervan tot een zekere beslissing komen. In het hier gepresenteerde voorbeeld kan het gaan om het mee laten wegen van het aspect onderhouds- en reparatiekosten bij de aanschaf van een nieuwe auto. En dan wil je toch wel iets meer informatie over de gepresenteerde gegevens hebben.

Grafentheorie

In de voorbeelden van het gebruiken van grafen worden in het leerlingenpakketje situaties aan de

leerlingen gepresenteerd die in het algemeen *statisch* van aard zijn: een schematische weergave van de Londense ondergrondse, een belboom waarmee snel alle leerlingen van een klas telefonisch bestreken kunnen worden, de graden van bloedverwantschap, een toernooi (wie speelt tegen wie?), enzovoorts. Situaties waarbij grafen gebruikt worden om *processen* mee weer te geven ben ik als één van de allerlaatste tegengekomen. Er wordt één stroomdiagram over het algoritme 'het plakken van een band' gegeven. Zou het ook niet aardig zijn om een wiskundig algoritme te geven, bijvoorbeeld het oplossen van een vergelijking? Een ander voorbeeld van een graaf die een proces weergeeft is het volgende. (Zie figuur 1.) Met dit schema wordt het optellen van twee niet-negatieve gehele getallen x en y in een computer gemodelleerd. De variabele y heeft na afloop de waarde van $x + y$, de variabele x de waarde 0. De cirkeltjes stellen een toestand voor, de vierkantjes een actie. De zwarte punt in de begintoestand moet geïnterpreteerd worden als een fiche. Het verloop van het proces wordt weergegeven door het 'wandelen' van het fiche over de graaf. Uit actie e_1 vertrekken twee pijlen. Is deze actie uitgevoerd, dan komen er twee fiches, één in elk van beide toestanden waar een pijl aankomt. Naar actie e_2 wijzen twee pijlen. Deze actie kan alleen uitgevoerd worden als in beide toestanden waaruit de pijlen vertrekken een fiche aanwezig is. Is deze actie uitgevoerd dan is er nog maar één fiche over. Merk op dat er hier sprake is van het parallel uitvoeren van een van de onderdelen 'het verlagen van de waarde van x met 1' en 'het verhogen van de waarde van y met 1'.

Naar mijn idee is er niets op tegen, maar juist alles voor, ook dit soort grafen (met concrete getallen x en y) aan de leerlingen te presenteren.



Figuur 1

De voorstellen en de leerlingen

Hoe de leerlingen op de voorstellen voor informatieverwerking en statistiek zullen reageren is redelijk te voorspellen. Om te beginnen is er vooral met statistiek al heel wat ervaring opgedaan, met name in de derde klassen van het voortgezet onderwijs. Mijn indruk is dat wat bij statistiek geleerd moet worden aan grafische weergave en statistische begrippen in de praktijk niet al te moeilijk is gebleken. Het nieuwe is wellicht dat een en ander nu al in de brugklas aan de orde zal worden gesteld. Het berekenen van de gebruikelijk statistische maten zal wel tot de derde klas worden uitgesteld. Ook dat lijkt mij geen al te grote problemen op te leveren. (Waarom overigens de boxplot alleen voor het C-programma geldt is mij niet duidelijk. Je kunt je natuurlijk ook afvragen waarom de stof zo nodig uitgebreid moet worden met zaken als het stambladdiagram en de boxplot, toch geen dingen die je dagelijks in de krant ziet, en die je – zo schat ik – met je blote verstand zo kunt begrijpen.)
Met het maken van grafen, en deze interpreteren, is in de bovenbouw van havo en vwo bij wiskunde A ervaring opgedaan. Dit onderwerp is daar geen al te groot probleem. Ik neem aan dat in de experimenten gebleken is dat het ook met jongere, en voor een deel minder sterke leerlingen, goed gedaan zal kunnen worden. Al met al lijkt mij dat het overgrote deel van de leerlingen met de voorstellen uit de voeten moet kunnen.

Overigens wil ik hier nog wel een kleine kritische kanttekening bij plaatsen. Mijn ervaring is dat de betere leerlingen onderwerpen als beschrijvende statistiek en grafentheorie erg (te?) eenvoudig vinden en zich al gauw gaan vervelen. Ik ben er op voorhand niet van overtuigd dat dit probleem kleiner wordt door deze onderwerpen naar een eerder stadium te verschuiven.

Waardering

Mijn slotconclusie is dat de opstellers van het onderdeel 'Informatieverwerking en statistiek' iets ontworpen hebben dat goed aansluit bij wat al in de klas gebeurt, dat goed voorbereidt op wat in de bovenbouw havo/vwo bij wiskunde A behandeld wordt, dat grote relevantie heeft voor 'het dagelijks leven', dat het bij veel leerlingen goed zal vallen. De voorstellen zijn al met al niet erg ingrijpend. Dat is een hele geruststelling. Er gebeuren al genoeg turbulente dingen in, met en rond de scholen.
Wel zou ik de commissie willen vragen de naam van dit onderdeel te veranderen, op een aantal plaatsen scherper te definiëren wat ze nu precies bedoelt, en toe te lichten waarom voor de verschillende deelonderwerpen gekozen is. Verder lijkt het mij nodig ervoor te zorgen dat ook de betere leerlingen voldoende aan hun trekken komen.

Noot

1. het Trajectenboek, het Tweede concept examenprogramma C/D, de Leerstofbeschrijving, de leerlingenpakketjes Statistiek, Histogram en boxplot, Systematisch tellen, Kaart, graaf en tabel, Graaf en tabel 3 en de beide nascholingsdraaiboeken.

▶ Overvloed en Onbehagen

H. J. Smid

In de afgelopen tijd is er meer duidelijkheid ontstaan rond de plannen met betrekking tot de basisvorming, of anders gezegd, het toekomstig wiskundeonderwijs voor 12- tot 16-jarigen. Het team W12-16 heeft een aantal publikaties het licht doen zien waarin leerstofbeschrijvingen, trajecten en leerstofpakketjes een beeld geven van het wiskundeonderwijs zoals dit het team voor ogen staat.
Deze plannen zijn nu onderwerp van discussie binnen de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Dit artikel wil een bijdrage aan die discussie leveren. In de titel – met excuses aan Simon Schama – wil ik iets van mijn ambivalente gevoelens tot uiting brengen: het voorgestelde programma biedt een overdaad aan mooie zaken, en toch, of misschien wel daardoor, voel ik er mij onbehaaglijk bij. Dit artikel is dan ook een poging om te verwoorden waar dat onbehagen vandaan komt.

Meetkunde

Ik beperk mij daarbij tot het onderdeel meetkunde. Daarmee is immers iets belangwekkends aan de hand. Het vak heeft een eeuwenlange traditie als schoolvak, maar is in de afgelopen decennia bijna van school verdwenen. Nu beleeft het dan een

revival. Het is niet mijn bedoeling op allerlei details van de voorstellen in te gaan. Veel meer gaat het mij om de grote lijn, de opvattingen over wiskundeonderwijs, en dan met name meetkundeonderwijs, zoals die uit de voorstellen spreken. Om hier zinnig over te kunnen spreken is het noodzakelijk om dingen in een historisch, en meer dan nationaal perspectief te bezien.

Universitaire optiek

Ik ben mij er hierbij van bewust dat ik vanuit universitaire optiek spreek. Dat maakt een zekere eenzijdigheid in mijn benadering onvermijdelijk. Aan de andere kant vind ik het echter van het grootste belang dat de communicatie tussen de universitaire wiskundewereld en de wereld van het voortgezet onderwijs wordt hersteld. Tot in de jaren '60 was die communicatie tamelijk vanzelfsprekend. Veel hoogleraren waren zelf vroeger leraar geweest, velen traden jaarlijks op als deskundige of gecommitteerde bij eindexamens en M.O.-examens. Overigens had die communicatie niet zelden het karakter van één-richtingverkeer.

In de 70-er jaren is die communicatie grotendeels verloren gegaan. De plannen voor herziening van de wiskundeprogramma's werden en worden opgezet en uitgewerkt door didactische *professionals*, waarbij, op enkele markante uitzonderingen na, er heel weinig communicatie is met leden van universitaire wiskundefaculteiten. Leden van de wetenschappelijke staf van de universiteiten zijn als regel slechts incidenteel op de hoogte van wat er in het voortgezet onderwijs omgaat.
Ik onderschrijf de noodzaak van herstel van de inhoudelijke communicatie tussen de schoolwiskunde en universitaire wiskunde, zoals onlangs enkele malen door prof. G. Y. Nieuwland in *Euclides* bepleit, dan ook van harte. Dat contact moet zich dan niet beperken tot het programma van 5- en 6-vwo. Opvattingen over een vak, kennis en attitudes worden ongetwijfeld al voor een belangrijk deel in de lagere jaren van het v.o. bepaald. Wel moet de universiteit natuurlijk beseffen dat zij, zeker op het terrein van de basisvorming, bepaald niet de enige is die belang heeft bij dit programma.

Doelen van meetkundeonderwijs

Dan nu de kern van de zaak: het meetkundeonderwijs. Tot het eind van de jaren 60 lag de inhoud van het meetkundeonderwijs in de onderbouw van gymnasium en h.b.s. – en daaruit afgeleid ook op andere schooltypes – tamelijk vast. De traditionele planimetrie, zoals die in essentie al bij Euclides terug is te vinden, vulde de meetkundeuren, toen nog een apart vak.
De inhoud van dit vak werd op een drietal gronden van belang geacht.
In de eerste plaats zou er van meetkundeonderwijs een belangrijke vormende waarde uitgaan: van wiskunde (en zeker van meetkunde) leerde je denken. Het was een zelfde soort argumentatie als waarmee soms het onderwijs in de klassieke talen werd gemotiveerd.
In de tweede plaats leerde je er de deductieve methode mee hanteren, je leerde hoe je bewijzen moest leveren, wat stellingen waren, en definities. Met andere woorden: aan de hand van de planimetrie kreeg je een inleiding in wat als de essentie van de wiskunde werd beschouwd.
In de derde plaats werd de inhoud zelf als waardevol beschouwd, of in ieder geval als essentieel voor het vervolg van de opleiding. Vakken als stereometrie kunnen niet zonder grondige kennis van de planimetrie.
Overigens was er, met name in de jaren vijftig, wel degelijk discussie rond het onderwijs in de planimetrie. Van groot belang is de discussie rond de intuïtieve inleiding, aangezwengeld door mevr. Ehrenfest en het echtpaar Van Hiele, geweest. Daarbij stond de positie van de planimetrie als zodanig echter niet ter discussie.
In de jaren '60 en '70 is dat radicaal veranderd. Internationaal gezien is het de tijd van de doorbraak van de new-math-beweging, een beweging die erop gericht was de als verouderd beschouwde wiskunde-programma's te hervormen en weer aansluiting te doen vinden met wat op de universiteiten allang gangbaar was.
Met name de planimetrie moet het daarbij ontgelden. Over het eerste argument, de vormende waarde, wordt weinig meer gesproken. Het probleem hierbij is immers dat zoiets volstrekt onbewijsbaar is, en trouwens, het voorbeeld van de klassieke ta-

len gaf het al aan, wel van ieder vak beweerd kan worden.
Ook het laatste argument wordt niet meer steekhoudend geacht. De 'microscopie' van de driehoek wordt als verouderd verworpen. Er is waarachtig wel belangrijker leerstof te onderwijzen.
Op zichzelf wordt het tweede doel, de introductie in de deductieve werkwijze, wel van belang geacht. Maar men meent dat er geschikter onderwerpen uit de wiskunde zijn om dit doel te bereiken. Is elementaire groepentheorie bijvoorbeeld niet veel eenvoudiger en belangrijker dan die verouderde planimetrie?
Het resultaat is dat internationaal de traditionele meetkunde vrijwel van het curriculum verdwijnt. De gevolgen daarvan blijken echter veel negatiever dan verwacht. Het ontbreken van vrijwel iedere meetkundige kennis blijkt in latere situaties vaak wel degelijk een bezwaar. Ook blijkt de gedachte van een introductie in de deductieve methode aan de hand van andere leerstof helemaal niet zo succesvol. Kennelijk is de subtiele combinatie van aanschouwelijkheid en de mogelijkheid tot bewijsvoering in de planimetrie didactisch nogal waardevol. Het resultaat van deze ontwikkelingen is in veel landen geweest dat het onderwijs zo op het oog een hoog abstractieniveau heeft, waar veel leerlingen echter weinig mee kunnen beginnen. Ook internationaal ziet men dan ook een groeiende belangstelling voor een – in wat voor vorm dan ook – terugkeer van het meetkunde-onderwijs.

Nederland

In Nederland heeft deze ontwikkeling een wat ander patroon gevolgd. Net als in andere landen is de planimetrie in de onderbouw vrijwel van het toneel verdwenen, zoal niet op papier, dan toch in de praktijk. Van de oorspronkelijk beoogde introductie van transformatiemeetkunde – al een idee van Felix Klein – is niets overgebleven. Daarnaast hebben ook meer extreme opvattingen van de newmath in Nederland weinig kans gekregen. Groepentheorie, vectorruimten, axiomatiek zijn, na enige aanzetten in de jaren '70 al snel weer van het tapijt verdwenen. Wat resulteerde was een niet al te hoog gegrepen, algoritmisch programma, waar na enige tijd eigenlijk niemand meer tevreden mee was.
Bij de universiteiten wordt als groot probleem gezien dat het leerlingen en studenten oplevert voor wie wiskunde bestaat uit het kiezen en uitvoeren van een niet al te ingewikkeld algoritme, dat bovendien snel tot resultaat moet leiden. Het aanpakken van wat minder kant en klare problemen, of het zelf formuleren van een bewijs – als ze al een idee hebben van wat dat is – valt buiten hun vermogen. Ziet men niet onmiddellijk de oplossing van een probleem, dan wordt afgehaakt. Zowel de noodzakelijke kennis, als de noodzakelijke houding voor het oplossen van problemen ontbreekt. Wellicht is het bovenstaande enigszins een karikatuur, bezien door een vertekenende universitaire bril. Niettemin zijn er duidelijk tekenen van een groeiende bezorgdheid binnen de wiskundefaculteiten.

Realistisch wiskundeonderwijs

Ondertussen is in Nederland een heel andere opvatting betreffende wiskunde en wiskunde-didactiek dominant geworden, het realistisch wiskundeonderwijs.
Voor wat betreft wiskunde wordt sterk het proceskarakter in plaats van het produktkarakter benadrukt. De formele kant van de wiskunde wordt van veel minder belang geacht – in ieder geval voor het onderwijs – dan een onderzoekend, probleemoplossend georiënteerde inhoud. Bij de motivering van de inhoud van het vak worden elementen als persoonlijke ontwikkeling en maatschappelijke vorming (termen uit de kerndoelen) duidelijk als leidraad genomen. In veel opzichten is deze ontwikkeling duidelijk als een verfrissende vooruitgang ten opzichte van het oude programma te beschouwen.
Voor het voorgestelde meetkundeprogramma betekent dit dat de 'kijkmeetkunde' van dit programma een belangrijk deel uitmaakt. Veel van de tot nu toe verschenen pakketjes hebben hierop betrekking. Veel van de ideeën hierin zijn al terug te vinden in IOWO-pakketjes uit de jaren '70.

Dat heeft ook gevolgen voor de wijze van presentatie. Was wellicht oorspronkelijk de functie van context in het wiskundeonderwijs gelegen in de aspecten van instappen en toepassen, en werd daar tussenin nog 'kale' wiskunde gepresenteerd, bij de voorbeeldpakketjes is daar geen sprake meer van. Wiskunde wordt vrijwel geheel ingebed binnen allerlei dagelijkse maatschappelijke of andersoortige 'realistische verschijnselen'. Het opmerkelijke is dat daarmee eigenlijk het eerste door ons genoemde doel: de 'vormende waarde' van de wiskunde, maar dan anders opgevat, weer terugkeert. De andere doelen, en dan vooral het tweede, de introductie in een deductief systeem (wat natuurlijk nog helemaal niet wil zeggen dat er in het verleden sprake was van een complete axiomatiek), krijgen veel minder nadruk.

Bezwaren

Het lijkt mij dat het voorgestelde meetkundeprogramma W12-16 vanuit deze achtergrond moet worden bezien. Vanuit dat oogpunt is het ook een consequent en doordacht geheel. Door deze consequentie echter komen mijns inziens ook de bezwaren die aan een dergelijke aanpak kleven duidelijk aan het licht.
Een aanpak vanuit realistisch wiskundeonderwijs leidt snel tot een wat de feitelijke wiskundige inhoud betreft wat mager programma. De verpakking neemt veelal een groot deel van de tijd in beslag. Wie de moeite neemt het voorgestelde meetkundeprogramma W12-16 aandachtig op inhoud door te nemen, moet wel tot de conclusie komen dat ook hier de inhoud aan de magere kant is, zeker gezien het forse aantal uren dat (gelukkig!) voor meetkunde is uitgetrokken.
Ik denk dat het programma voor de wat betere leerling gewoon te weinig te bieden heeft.
De combinatie van vorm en inhoud stelt mij ook voor een ander probleem.
Door de realistische inkleding van de stof begeef je je als docent voortdurend op het terrein van andere vakken. Freudenthal heeft wel eens gezegd dat er op een gegeven moment geen apart vak wiskunde in het onderwijs meer zou bestaan, maar dat dat in andere vakken zou zijn geïncorporeerd. Dat leek me sterk, maar nu lijkt het erop dat hij op een omgekeerde manier gelijk krijgt: wiskunde blijft wel als apart vak bestaan, maar is soms nauwelijks als zodanig te herkennen.
Het lijkt mij verder dat de gekozen opzet gemakkelijk leidt tot een vorm van onderwijs dat vooral bestaat uit grote aantallen losstaande problemen en probleempjes. Een samenhangend geheel aan kennis en vaardigheden, waarop later voortgebouwd kan worden, ontstaat op die manier niet. Veel problemen krijgen ook pas hun betekenis en samenhang met andere problemen als men over enige kennis van zaken beschikt. Zo is bij probleempjes over kijkhoeken enige kennis van de samenhang tussen hoeken en bogen vaak van belang. Leerlingen, en zo langzamerhand ook heel wat leraren, beschikken niet over deze kennis. Deze moet in het programma expliciet onderwezen worden. In het programma is van dit soort dingen nauwelijks iets terug te vinden.
Ik bestrijd allerminst dat wiskunde veel meer is dan de formele en deductieve structuur zoals die in de new-math domineerde. Maar aan de andere kant is het mijns inziens eveneens onjuist het te doen voorkomen alsof die kant niet evenzeer een essentiële kant van de wiskunde is, waarmee wiskunde zich onderscheidt van andere vakken. Zowel de betrouwbaarheid als de algemeenheid, en daarmee samenhangend de toepasbaarheid, van wiskundige resultaten zijn nauw verbonden met de mogelijkheid tot deductieve bewijsvoering en formalisering van de wiskunde. Wie deze elementen systematisch uit het onderwijs weglaat, presenteert naar mijn overtuiging een verminkt beeld van de wiskunde.
De bewering 'meetkunde is bij uitstek een doe-vak', waarmee uitdrukkelijk gedoeld wordt op 'veel tekenen, plakken, vouwen en knippen' vind ik dan ook veel te ver gaan.
Beseft men trouwens wel dat op die manier de meetkunde voor een behoorlijke groep leerlingen juist weer onaantrekkelijk wordt? Net zo min als ieder kind belangstelling heeft voor een wat theoretische aanpak, is iedere leerling dol op dit veredelde soort handwerk.
Er zit hieraan ook nog een ander bezwaar. Dit soort doe-opdrachten leidt in hoofdzaak tot het verrichten van handelingen, op z'n best, als dat er al van komt, vergezeld van constaterende teksten.

Tot argumentatie zoals acceptabel voor een wiskundige leiden dit soort opdrachten vrijwel nooit: je 'ziet' het immers al, of het teken-, plak- en kleurwerk wordt geacht in zichzelf al voldoende te zijn. De eenzijdigheid waarmee dit aspect benadrukt wordt leidt daarom mijns inziens tot een verkeerd beeld van wiskunde en tot een verkeerde habitus van de leerling.
Er wordt in de leerstofbeschrijving ook wel over redeneren gesproken. Dat is echter geen oplossing van het probleem. Redeneren wordt, hoop ik, in alle vakken gedaan, evenals argumenteren. Het leren begrijpen en hanteren van wiskundige bewijsvoering is echter meer, en kan slechts door expliciet onderwijs verworven worden. Dat kost moeite en tijd, en voor sommige leerlingen is dit wellicht te hoog gegrepen. Dat kan echter geen reden zijn om alle leerlingen dan maar met een onjuist beeld van wiskunde op te zadelen. Voor een behoorlijk aantal leerlingen ligt, na een geschikte intuïtieve inleiding, een deductieve werkwijze op onderdelen van de meetkunde wel degelijk binnen het bereik. Ik vind het van groot belang dat leerlingen ook de gelegenheid krijgen daarmee kennis te maken.
Door de door mij geschetste eenzijdigheid groeit de kloof met de universitaire wereld. De new-math-beweging uit de jaren '60 had als doel deze kloof te verkleinen. De middelen die men daarvoor koos zijn achteraf niet adequaat gebleken. Nu echter slaat de slinger nog veel sterker naar de andere kant door. Was voor de veranderingen uit de jaren '60 de inhoud verouderd, de gevolgde methode, met een belangrijk accent op de formele kant van de wiskunde, was sterk verwant met wat er op de universiteiten gebeurde. Deze overeenkomst is nu grotendeels verloren gegaan en dat vormt een groot probleem.
Tot slot: naar mijn inzicht leidt de geschetste opzet niet tot het doel, leerlingen die daartoe in staat zijn probleemoplossend met wiskunde om te laten gaan. Onderzoek in het kader van de cognitieve psychologie naar zogenaamd expert-gedrag wijst steeds weer uit dat probleemoplossend vermogen voor een belangrijk deel berust op kennis van een uitgebreid arsenaal aan regels, methoden, voorbeelden, strategieën etc. Uiteraard is daarbij de organisatie, beschikbaarheid en wendbaarheid van die kennis van groot belang. Zonder die kennis kan het echter niet: sterker nog, deze is een noodzakelijk startpunt voor verdergaande activiteiten. Ik vrees dat het voorgestelde programma in dit opzicht te kort schiet.

Conclusies

Ik heb, dat moge nu wel duidelijk zijn, ernstige bezwaren tegen het voorgestelde meetkundeprogramma. Ik vind het programma inhoudelijk te mager, en te onsamenhangend. Er wordt een te eenzijdige kijk op wiskunde geboden. De verschillen met de opvattingen rond wiskunde op de universiteiten worden vergroot. Het onderwijs leidt niet tot het doel: het probleemoplossend met wiskunde kunnen omgaan.
Hoe komt dat nu? Ik denk dat het programma leidt aan eenzijdigheid: een overdaad uit één bepaalde hoek. Uit die hoek kwam en komt veel waardevols. Maar er zijn meer waardevolle visies op wiskunde en onderwijs en we zouden er verstandig aan doen ons niet zo eenzijdig aan één visie vast te klampen. Onder de huidige eenzijdigheid voel ik mij nogal onbehaaglijk. Overdaad schaadt.

Mededeling

NICL-Overzichten wiskunde/rekenen/informatica VO 1992

Auteur: F. Berkhof
Prijs: *f* 14,75
Bestelnummer: 3.600.6513
Het Nationaal InformatieCentrum Leermiddelen (NICL) geeft jaarlijks voor het voortgezet onderwijs leermiddelenoverzichten uit per vak(gebied). Het 'Overzicht wiskunde/rekenen/informatica VO 1992' biedt een actueel en volledig overzicht van de leermiddelen voor de drie genoemde vakken.
Belangstellenden kunnen deze uitgave los bestellen of zich abonneren. Dit overzicht is ook in combinatie met andere vakoverzichten verkrijgbaar. Alle overzichten zijn te bestellen bij het NICL, telefoon 053 - 84 02 46.

▶ Eindoordeel? Beginoordeel

Kees Hoogland

Wiskundeonderwijs

U zult het inmiddels vernomen hebben: direct na het zilveren jubileum van het huidige leerplan komt er een nieuw leerplan voor de onderbouw (en een nieuw eindexamenprogramma vbo/mavo C/D.
Er liggen plannen van de COW, er liggen produkten van het team W12-16 en er zijn plannen voor voorlichting en nascholing.
In de voorgaande artikelen is al ingegaan op allerlei aspecten van de voorstellen voor een nieuw leerplan.
De reacties uit 'het veld', zoals dat zo mooi heet, zijn divers. Er zijn uiterst positieve reacties. Er zijn uiterst negatieve reacties, meestal niet geuit op voorlichtingsbijeenkomsten, maar wel binnen secties op scholen. Veel docenten nemen echter een afwachtende houding aan. Terecht afwachtend: zicht krijgen op de uiteindelijke concretisering van de voorstellen blijkt nog erg lastig.
Daarover later meer.

Hoe dan ook: er komt een nieuw leerplan. Een leerplan met als inzet een praktischer wiskundeonderwijs, een minder abstract en algebraïsch wiskundeonderwijs, een wiskundeonderwijs dat voor meer leerlingen dan nu zinvol en prettig is om aan te werken, een wiskundeonderwijs dat de trends in de maatschappij en in het onderwijs volgt.

Eerdere leerplannen

Het is nodig om kritisch te staan tegenover veranderingen in ons wiskundeonderwijs. Toch is het ook wel eens goed stil te staan bij de inhoud van huidige en eerdere leerplannen voor het wiskundeonderwijs.

In het artikel van Wim Groen is al uiteengezet dat er verschillende invloeden aangewezen kunnen worden die de inhoud van een leerplan wiskunde bepalen.
Ondanks fluctuaties in de importantie van de ene dan wel de andere invloed, blijkt toch vooral de wetenschap wiskunde een dominante rol gespeeld te hebben in alle leerplannen tot nu toe.
En dan kwam helaas niet de onderzoekende kant van de wetenschap wiskunde aan bod, hooguit de gestolde resultaten van dat onderzoek.

In 1924 verscheen van de hand van de Commissie-Beth het *Ontwerp van een leerplan voor het onderwijs in de wiskunde, mechanica en cosmographie op de HB scholen met vijfjarigen cursus.*
Een essentiële en samenvattende zin daaruit is de volgende: *'Hoofddoel van het wiskundeonderwijs is het bijdragen tot de geestelijke vorming en ontwikkeling en nevendoel het aanbrengen van nuttige kennis.'*
Een voorstel voor een leerplan waarbij de invloed van het academisch wiskundeonderwijs zeer dominant was. Wiskundeonderwijs was dan ook slechts voor enkelen.
Wel aardig is om te bedenken dat tegen het voorstel van de WIMECOS ('54-'58) om differentiaal- en integraalrekening op te nemen in het leerplan nogal wat weerstand was. Die onderwerpen waren natuurlijk van een verfoeilijke toepassingsgerichtheid.

Ook toen al werd geuit dat zulke wiskunde niet zo maar 'verkoopbaar' was aan de leerlingen. Het volgende citaat komt uit het voorwoord bij 'Gids door de Algebra 1' van A. J. Poelman en Bruno Ernst.

Zo mogelijk leggen wij de leerlingen een probleem voor en gaan hiervan uit om een stukje theorie op te bouwen. De theorie laten wij bij voorkeur niet uit de lucht vallen. Een voorbeeld hiervan: Wij introduceren de irrationele getallen niet door ineens te stellen: 'alle positieve getallen willen wij als een kwadraat schrijven'. De leerlingen zullen zich dan afvragen: 'Waarom willen wij dat? *Wij* willen het helemaal niet, *wij* zien er de noodzaak niet van in'. Beter lijkt het ons de leerlingen een probleem voor te leggen, waaruit de noodzaak volgt elk positief getal als een kwadraat te schrijven.

Het huidige leerplan

In de slotconclusies van de OESO-conferentie in Royaumont (1959), een wereldwijde conferentie waar grondslagen voor nieuwe leerplannen werden gepropageerd, is het volgende te lezen:

'... The aim of all these programs is twofold: First to provide a better preparation for university study. Secondly to give all pupils an instrument for use in daily life.'

Onder andere op basis van deze uitgangspunten is het leerplan 1968 ontstaan.
Een lastige combinatie van doelstellingen, nietwaar? Er zijn namelijk nogal wat leerlingen die niet naar de universiteit gaan.
Er is een keuze gemaakt voor een wiskundeonderwijs dat voorbereidt op een exacte universitaire studie. Problemen die dat zou kunnen geven voor (andere) leerlingen moesten maar in de klas opgelost worden.

Het huidige leerplan in de praktijk

Enigszins oneerbiedig is het huidige leerplan te classificeren als een kaasschaaf-leerplan. Het leerplan voor wiskunde I was een goede voorbereiding op een studie in de wiskunde of de natuurwetenschappen.
Na zorgvuldig afschaven werd een havo-programma vastgesteld. Na nog verder schrapen een mavoprogramma.
En inderdaad is in de eerste leerjaren van het lbo nog steeds een kaaskorstje zichtbaar van een wiskunde-opleiding richting universiteit. Veel leerlingen hebben daar dan ook nogal wat moeite mee.
Docenten en schoolboek-auteurs hebben er van alles aan gedaan om leerlingen voor wie het verheven doel niet haalbaar en niet zinvol was toch onderwijs te geven in een wiskunde, die eigenlijk niet voor deze leerlingen bedoeld was.
Hoe verkoop je een wiskunde die te snel abstract en algebraïsch wordt aan leerlingen die dat (nog) niet aankunnen?
Algoritmiek is een oplossing. Reproduktie is voor veel meer leerlingen haalbaar dan abstractie.
In het huidige leerplan is wat dat betreft sprake van een onevenwichtigheid. De gevraagde abstracties, vooral op algebragebied, gaan veel verder dan het abstractievermogen van grote groepen leerlingen toelaat. Training van vaardigheden en het aanleren van begrip spelen zich af op tè verschillende niveaus. Gezien de geschiedenis van het huidige leerplan was dat probleem eigenlijk al ingebakken.

U voelt het al. Ik ben een voorstander van een verandering in het leerplan.

Voorstellen voor een nieuw leerplan

Weer een citaat, nu uit het tweede concept eindexamenprogramma mavo/lbo C/D. *'Het wiskundeonderwijs dat leidt tot een eindexamen lbo en mavo heeft een algemeen vormend karakter en is gericht op het gebruik van wiskunde in de maatschappij.'*
De zinsnede dat wiskundeonderwijs de leerlingen algemeen moet vormen is blijkbaar onuitroeibaar. Opvallend is dat de gerichtheid op het maatschappelijk gebruik nu in ieder geval ook als gelijkwaardige doelstelling wordt gezien. Genoeg over doelstellingen. Wat gaat er nu eigenlijk veranderen?
Het COW en het team W12-16 zijn bijna aan het einde van hun rit:
- Er zijn uitgangspunten voor een nieuw leerplan.
- Er is een gedetailleerde leerstofbeschrijving voor de verschillende trajecten (van vbo tot vwo).
- Er ligt voorbeeldmateriaal, waarmee geëxperimenteerd is op proefscholen.
- Er is een plan voor voorlichting en nascholing.

De uitgangspunten

Voor de nieuwe uitgangspunten is een behoorlijk breed draagvlak aanwezig. Dat blijkt uit reacties van docenten en ook uit de bijdragen in dit nummer van Euclides.
Het is dan ook een voortzetting van een aantal tendensen die al langer zichtbaar zijn. In het artikel van Jan de Lange vindt u dat uiteengezet.

De leerstofbeschrijving

De leerstofbeschrijving (Trajectenboek en Leerstofbeschrijving 12-16) geeft een goed beeld van de leerstoflijnen, die een plaats gaan krijgen in het nieuwe leerplan en de manier waarop de leerstof verdeeld zou kunnen worden over de leerjaren.
In de trajectbeschrijvingen is zichtbaar dat er inderdaad gezocht is naar een beter evenwicht tussen begrip en vaardigheden. Een toe te juichen ontwikkeling. Op weg naar een wiskunde die voor meer leerlingen te doen is. Die voor meer leerlingen aansprekend zal zijn en waar meer leerlingen langere tijd profijt van zullen hebben.
Ook de kerndoelen voor de basisvorming hebben hier een vanzelfsprekende plaats en afbakening gevonden.
Ook op deze leerstofbeschrijving is niet direct meer sprake van breedgedragen fundamentele kritiek. Integendeel: er is waardering op te brengen voor de durf om een zo gedetailleerd beeld te schetsen van de toekomstige veranderingen.
Echter: beschrijvingen geven wel een beeld van het toekomstig wiskundeonderwijs, maar natuurlijk geen compleet beeld.

Voorbeeldmateriaal

Er ligt inmiddels een indrukwekkende hoeveelheid experimentele pakketjes. Pakketjes die de functie zouden moeten hebben om docenten en andere belangstellenden een beeld te geven van hoe het nieuwe leerplan er in concreto uit zou kunnen gaan zien. Pakketjes voor een leerstoflijn zijn vaak veelzeggender over de intentie van de plannen, dan bundels vol met uitgangspunten en trajectbeschrijvingen.
Helaas vormen de pakketjes geen overdekkend programma, waarmee bijvoorbeeld een traject volledig uitgevoerd zou kunnen worden.
Vrijwel zonder uitzondering zijn de pakketjes fragmentarische leerstofonderdeeltjes, vermengd met een dosis didactiek, die niet echt gemeengoed is in de huidige onderwijspraktijk. Opgaven uit deze pakketjes vormen echter wel de voorbeelden waarmee het nieuwe leerplan uitgedragen wordt.
Agnes Verweij geeft in haar artikel een voorbeeld van een opgave over tafeltennissen, zoals die op voorlichtingsdagen gebruikt is. (Zie ook de werkbladen.) De volgende alternatieve opgaven bij dezelfde gegevens geven mijns inziens ook goed aan in welke richting het leerplan verandert, maar leidden tot heel andere (positieve) reacties van de docenten aan wie ze voorgelegd werden.

Bettine speelt sinds kort tafeltennis.
Ze doet ook mee aan de competitie.
Na een aantal weken verschijnt in het clubblad de volgende lijst.

STAND JEUGDLEDEN

partijen	aantal gewonnen de partijen	aantal gespeel
1. Erik	14	15
2. Tung	12	15
3. Marijke	11	12
4. Renee	10	15
5. Carla	9	15
6. Henk	8	18
7. Stef	7	15
8. Bettine	7	12
9. Herko	6	12

Bettine is niet blij met deze lijst.
Ze staat bijna onderaan.
Volgens haar klopt er iets niet, maar ze weet niet wat.

a> > Bedenk een andere manier om de resultaten te vergelijken.
Geef de stand zoals die er volgens jouw manier zal uitzien.
b> > Is jouw manier gunstiger voor Bettine of niet?
c> > Erik zegt dat het voor hem niet uitmaakt op welke manier de stand wordt gemaakt. Hij komt altijd bovenaan.
Vind je dat Erik gelijk heeft?
Ja, want......
Nee, want......
d> > Doen er maar negen mensen mee aan de jeugdcompetitie?
Of zullen het er meer zijn? Leg uit!



Veel docenten zijn vooral benieuwd naar de vernieuwingen in de leerstoflijn algebra. Vooral op dit gebied is de oogst mager. Voor de eerste twee leerjaren liggen daarvoor de volgende pakketjes: 'Grafiekentaal' en 'Hoe langer hoe meer'. (Pakketjes die al jaren geleden ontwikkeld zijn voor het huidige leerplan, maar nu in een kaftje met daarop W12-16 gestoken zijn.)
En verder 'Trappers' en 'Winnende formules'. De overige invulling van de algebralijn moet maar gezocht worden in de reguliere boeken. Verandert er zo weinig?
Martinus van Hoorn stelt in zijn artikel 'Aha, algebra!' een aantal wezenlijke vragen over algebraïsche (basis)vaardigheden.
Vragen waarop de liggende pakketjes zeker geen antwoord geven. Het lijkt wel of de makers van sommige pakketjes helemaal niet geïnteresseerd zijn in zulke vragen.

Ik vermoed dat in de 'operatie acceptatie van het nieuwe leerplan' de rol van voorbeeldleerstof ernstig onderschat is.
Dit vermoeden wordt ondersteund door het grote aantal malen dat onduidelijkheden in de plannen worden doorgeschoven naar de schoolboekauteurs.
Het vertrouwen van ontwikkelaars in schoolboekauteurs is in het verleden wel eens minder geweest.
Er is door de COW (en/of het team W12-16) een kans gemist om met goed voorbeeldmateriaal het vertrouwen van het veld te winnen en goed richting te geven aan binnenkort te verschijnen leerboeken.

Voorbereiding en nascholing

Er moet nog maar eens benadrukt worden dat er veel werk gemaakt is van het raadplegen en informeren van het veld.
Er is een zeer vruchtbare samenwerking tussen hogescholen en er is veel aanbod.
Het idee om bij nascholingen de mogelijkheid te hebben om zoiets als een sectieabonnement te nemen is echt een vondst.
Je moet het als wiskundesectie op een school echt wel bont maken om niets op te pakken van de veranderingen.

Eindoordeel? Beginoordeel

Over de plannen is een eindoordeel te geven. Goede uitgangspunten, doordacht lijkende leerstof- en trajectbeschrijvingen, een verstandige en uitgebreide opzet voor voorlichting en nascholing en helaas (te) matig voorbeeldmateriaal.

Maar het moet allemaal nog beginnen.
Er zijn nog nauwelijks leerlingen die dit nieuwe wiskundeonderwijs hebben genoten. Er zijn nog geen boeken. In vrijwel elk artikel in dit speciale nummer worden schoolboek-auteurs genoemd als degenen die het maar moeten gaan concretiseren.
Kunnen wij straks in de klas uit de voeten met de invulling die de schoolboek-auteurs gaan geven aan de plannen van de COW?
Misschien zal over enkele jaren blijken dat die vraag niet zo eenduidig te beantwoorden is. Vooral op algebragebied zouden de boeken wel eens behoorlijk uit elkaar kunnen gaan lopen. Een mogelijk probleem dat in de voorstellen voor dit nieuwe leerplan ingebakken zit. Een beginoordeel schort ik nog maar even op.

Tenslotte

Er worden tegenwoordig geen leerplannen meer gemaakt voor de eeuwigheid. Het is zeer onwaarschijnlijk dat het voorgestelde leerplan zijn zilveren jubileum zal kunnen vieren. Zelfs een koperen jubileum zou mij verbazen.

Ik zou een pleidooi willen houden voor blijvend onderzoek naar de invoering van dit leerplan. Elke vijf jaar verschijnen er nieuwe edities van de schoolboeken. Misschien kan er over enkele jaren een kritisch rapport liggen over de concretisering van de huidige plannen. Als je nu een kans mist, hoef je deze in de toekomst toch niet te laten liggen?


Wim Kuipers


Wim Schaafsma

▶ Interview met twee experimenteerdocenten

Wim Kuipers, Wim Schaafsma en Bert Zwaneveld

Vertelt u kort iets over uw school.
Wim Schaafsma:
De scholengemeenschap 'prof. dr. S. Greijdanus' is vooral een gereformeerde scholengemeenschap. 'Vooral' heeft gevolgen voor de inhoud van de lessen, het omgaan met de leerlingen en de populatie van de leerlingen. Wat dat laatste betreft: onze scholengemeenschap telt zo'n 2300 leerlingen waarvan de ouders lid zijn van de geref. kerk in Nederland (meestal aangeduid als 'de vrijgemaakten'). Dit heeft tot gevolg dat sommigen van onze leerlingen een lange reis moeten maken om op school te komen. Daarnaast heeft dat tot gevolg dat onze scholengemeenschap nauwelijks te maken heeft met problemen die andere scholen kennen met betrekking tot 'allochtonen'.
Onze scholengemeenschap is verzocht om mee te doen aan het W12-16 experiment om twee redenen:
– geografisch liggen we min of meer halverwege de lijn Enschede (SLO) en Utrecht (COW)
– onze scholengemeenschap is een brede (vwo t/m ibo) scholengemeenschap.
Op het moment dat er beslist moest worden over al dan niet deelname aan het experiment, waren we in discussie over een eventuele nieuwe methode. De meerderheid van de sectie (8) was toen om uiteenlopende redenen voor 'Wiskundelijn'. En eerlijk gezegd: de minderheid (2) is nooit overtuigd noch voor 'Wiskundelijn' noch voor het W12-16 experiment. Daarnaast zijn er een drietal leraren die wiskunde geven als opvuluren (naast 'elektro' of 'natuurkunde') of in 't ibo-team.

In welke klassen zijn welke pakketjes uitgevoerd? Hoe vaak is dat gedaan?
Wim Schaafsma:
Het W12-16 experiment heeft zich steeds gericht op de C/D-leerlingen. In de praktijk betekent dit dat de meeste pakketten uitgeprobeerd zijn in mavo 2/3, maar ook in de brugklassen.
Vanaf 1989 zijn pakketten in alle brugklassen, lbo 2/3/4 en mavo 2/3/4 uitgevoerd. En we zullen dat volgend cursusjaar weer gaan doen, inclusief de nieuwe algebrapakketten. Een overzicht van alle pakketten geven gaat te ver, zeg maar: alle pakketten (een overzicht van alle pakketten is bij het COW verkrijgbaar). Deze beperking van klassen/-afdelingen heeft te maken met de opdracht van W12-16, maar ook met het idee dat 'havo en vwo verschoond zouden blijven van dit soort fratsen'. Sinds duidelijk is dat het nieuwe programma over alle afdelingen zal worden ingevoerd, is de bereidheid om in de havo- en vwo-onderbouw pakketten uit te voeren toegenomen.

Hoe reageerden de leerlingen erop?
Wim Kuipers:
In het tweede leerjaar van de mavo zijn door mij de volgende pakketjes uitgevoerd:
– Regelmaat en symmetrie
– Vergroten en verkleinen
– Praktisch rekenen 2a en 2b
– Systematisch tellen.

Vóór de grote vakantie moeten we volgens het programma nog uitvoeren: 'Regelrecht' en 'Doorsneden'. Naast deze pakketjes werken we aan leerstof uit 'Wiskundelijn' deel 2a en 2b. Het programma van dit leerjaar is behoorlijk gevuld.
De leerlingen vinden het afwisselend werken uit het boek en de pakketjes niet fijn. Het brengt ze in zekere zin steeds in een toch wat andere sfeer. De pakketjes vragen van de leerlingen een andere discipline en werkhouding. De leerstof in de pakketjes geeft niets cadeau. Ik bedoel daarmee dat formules, schema's en dergelijke zelf uitgezocht moeten worden. Dat vraagt om een zoekende activiteit. Op zoek naar een probleem, althans goed voor jezelf vaststellen wat er nu precies aan problemen wordt aangeboden. En wat je als wiskundige dan ook nog moet vertalen. De taligheid kan soms een drempel zijn. Dat hoeft niet altijd. Het boek neemt de leerlingen veel meer bij de hand. De tekeningen en situatiebeschrijving zijn vaak veel minder complex. Werkelijke situatiebeschrijving doet zich nauwelijks voor. Zelf structuren ontdekken en een keuze maken uit gegevens die wel of niet relevant zijn is moeilijk. Hoe werkelijker de situaties zijn, hoe meer ze uitnodigen tot onderzoek. Daar komt voor zwakkere leerlingen nog bij dat het aanbieden van de leerstof in stappen een belangrijk hulpmiddel is. Sterkere leerlingen kunnen die weg van de stappen zelf vinden. Een situatie uit de werkelijkheid laat zich niet in alle gevallen even gemakkelijk vertalen. Op welk moment bepaald wiskundig gereedschap gehanteerd moet worden, vraagt om inzicht. Niet alle leerlingen zijn in staat om zelfstandig tot een oplossing van het probleem te komen. Het zijn in de klas de leerlingen die voortdurend je hulp inroepen. Meestal besteed ik een klein gedeelte van de les aan een klassikaal moment. Een moment waarin ik attendeer op een reeds eerder gebruikt instrument: verhoudingstabel, schatten en dergelijke.
Het is van belang dat de docent zelf overtuigd is van de wijze van werken zoals de pakketten die aanbieden. Sterker nog: dat hij de visie van de samenstellers deelt. Als je zelf goed zicht hebt op de doelstelling en het belang ervan inziet, dan straal je daarvan iets uit naar de klas. Het werken met boek,



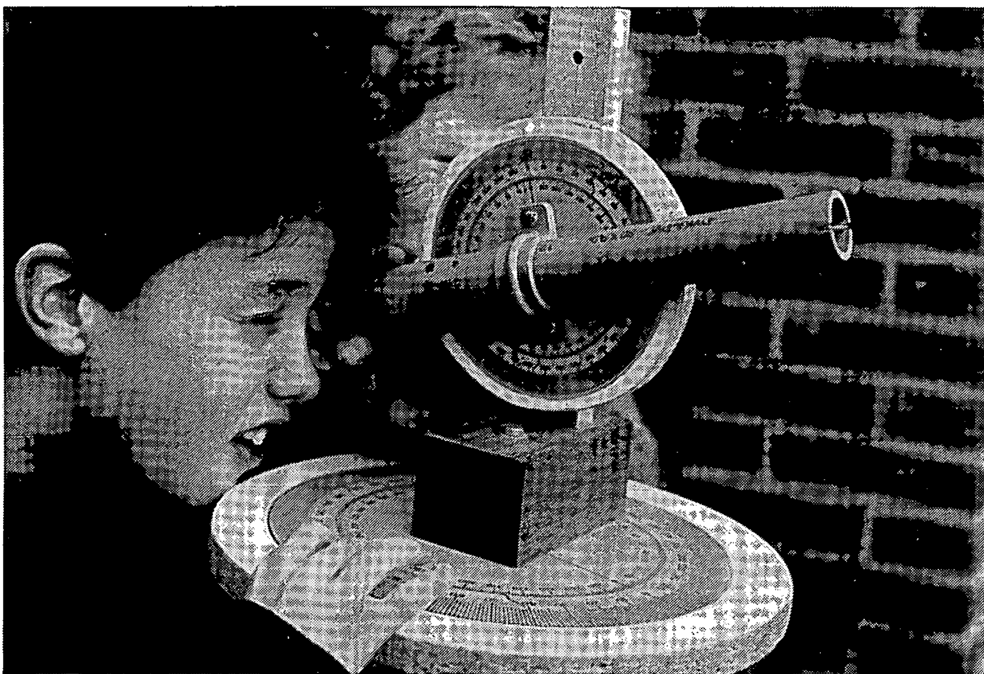
waar de oude opzet voor toch een groot deel vastligt, brengt voor leerling en docent in zekere zin wat meer zekerheid.
Laat ik mijn bedoeling toelichten met een eenvoudig voorbeeld uit het pakket: 'Vergroten en verkleinen', pag. 4 en 5, uitgave september 1991.
In een inleiding naar aanleiding van pag. 3 worden de leerlingen uitgenodigd om in tweetallen (hier en daar drietallen) aan het werk te gaan. De meeste leerlingen ervaren dit als een uitdaging. Al gauw merk je als docent dat er discussie ontstaat. Discussie over het aantal verdiepingen, de breedte van het huis, verschil in verdiepingen, hoogte van de trap naar de voordeur enzovoorts. In het eerste leerjaar hebben we weliswaar leren schatten: welke afmetingen heeft een deur, hoe hoog is een huis en dergelijke. Maar al gauw zal een betere leerling attenderen op het feit dat dit een huis uit 1652 is. De context nodigt uit om je af te vragen welke gegevens uit de tekst relevant zijn. Daarom onderbreek je na enige ogenblikken om de klas in z'n geheel te bepalen bij de tekst met de vraag: 'Welke gegevens uit het stukje tekst zijn voor jou belangrijk om de vragen 1 t/m 11 te maken?' Bij het stellen van zo'n vraag moet je je realiseren dat de eenduidigheid in

de antwoorden weg is. Wat we willen bereiken is, dat de leerling leert selecteren. Hij/zij brengt die gegevens in rekening waarmee de wiskundige probleemstelling helder gemaakt kan worden. Leren kijken (wat is de functie van die fiets) en juiste afwegingen maken, om zo het probleem in beeld te krijgen. Bij beantwoording van de vraag: hoe hoog is het huis, vallen beslissingen als: vanuit welk punt meten we de hoogte, de verdiepingen zijn niet allemaal gelijk enzovoorts. Het resultaat is dat we geen eenduidige antwoorden krijgen. Hoeft ook niet, maar het geeft voor leerlingen wel een stukje onzekerheid.

Wat zijn uw ervaringen als docent?
Wim Schaafsma:
Het lesgeven met 'Wiskundelijn' en met pakketjes is sterk verschillend met het lesgeven van pakweg 10 jaar geleden.
Algemeen: Het uitproberen van nieuwe pakketten is een spannende zaak:
- waar willen ze nu weer naar toe?
- kan ik dit op mijn leerlingen overbrengen?
- wanneer gaan ze door de bocht naar de 'formelere wiskunde'?
- hoe lang houd ik 't vol dit soort wiskunde enthousiast te blijven lesgeven?
- volgens mij lijd ik aan 'pakketmoeheid': ik wil weer een boek!

Inhoudelijk: Er is altijd een gat geweest tussen opleiding en 'schoolwiskunde', nu komt er inhoudelijk een gat tussen leservaring en 'nieuwe wiskunde'. Sommige onderwerpen zijn totaal nieuw of anders. En vaak is het op het eerste gezicht niet duidelijk waar de opstellers van de pakketten naar toe willen.
Lestaak: De leraar moet zich meer opstellen als begeleider. En bij klassikaal lesgeven komt de rol van 'gespreksleider' meer naar voren. De leraar zal de leerstof moeten verdelen in blokken waar, denk ik, weer een verdeling moet komen in: klassikale introductie, zelfwerkende leerlingen, klassikale evaluatie. Op zich een vrij normale indeling, maar ik was ook veel lessen gewend om leerlingen met korte opdrachten aan 't werk te zetten. Hier valt veel meer over te zeggen.
Lesgedrag leerlingen: Over 't algemeen heeft de wiskundeleraar niet de zwaarste taak met betrekking tot ordeproblemen op een mavo. Nu van de leerlingen veel meer 'zelfwerkzaamheid' wordt verwacht en veel minder consumptief gedrag, komt 't dwarse en lamlendige van een leerling meer naar de oppervlakte. Het individueel enthousiasmeren van een leerling is niet mijn sterkste kant...

Wat ging goed in de klas, waar had u moeite mee?
Wim Schaafsma:
Het klassegesprek: Het vergt enige ervaring, het is soms vermoeiend, maar een klassegesprek over wiskunde kan een dynamisch en heel leuk gedeelte van je les zijn. De verwondering, de verbazing komt weer terug in het wiskundeonderwijs. Eén van de mooiste ervaringen blijf ik vinden dat je leerlingen echt moet overtuigen dat je tien mensen of voorwerpen op ruim een miljoen manieren kunt rangschikken. Ze geloven je domweg niet... Veel van dat soort momenten kom je tegen in 'de realistische wiskunde'.
Zelfwerkzaamheid: Leerlingen zitten soms heel sterk in het straatje van 'de sommen moeten af'. Terecht, daarvoor zitten ze op school, het wordt veel vaker de taak van de leraar om ze in al hun 'drukke' bezigheden even pas op de plaats te laten maken. Zich te realiseren wat ze nou eigenlijk gedaan hebben... Maar weer staat voorop: kijken of ze zich kunnen verbazen, verwonderen!
Zelfvertrouwen: Een van de grootste problemen van 'de nieuwe wiskunde-boekenschrijvers' zal zijn om een lading gelijksoortige opgaven te vinden waar leerlingen nog eens mee aan het werk kunnen. 'Wiskundelijn' en de pakketten maken zich niet zo druk over de wens van veel leerlingen om een rijtje sommen die ze aankunnen. Je kunt het onderwijs niet volstoppen met steeds nieuwe onzekere situaties. Leerlingen moeten ook herkenbare opgaven tegenkomen. Ik denk dat dit met name geldt voor lbo/mavo/havo-leerlingen.
Het werken met andere leermiddelen: Eerlijk gezegd zijn er in de pakketjes niet zoveel momenten waarop er naast knip- en plakwerk andere materialen nodig zijn. Dat is me wel een beetje tegengevallen... Ook de leraren die hopen dat je 1 uur per week per klas in het computerlokaal komt te zitten, zullen teleurgesteld worden. Eigenlijk blijft wiskunde nog een sterk theoretisch vak. De meeste uren buiten mijn lokaal heb ik besteed aan projecten in het kader van GWA.



Aan het werk met de hoekmeter.

GWA: Geïntegreerde Wiskundige Activiteiten is de naam die het wiskundeteam heeft bedacht voor wiskundelessen die buiten het programma staan, en die je zelf mag invullen. De stokpaardjes mag je nu dus officieel zelf gaan berijden. In het kader van een werkweek mavo 3 hebben we een paar jaar wat projecten gedaan. We hadden daar ook zin in en tijd voor; maar ik betwijfel of ik er buiten het experimentele kader nog wel tijd voor heb. In ieder geval George Schoemaker is enthousiast, hij heeft een GWA-bundel gemaakt, maar is de wiskundeleraar ook enthousiast?
Mijn ervaringen zijn positief, leerlingen zijn ook positief, maar tijd, is er genoeg tijd...?

Hoe reageerden de betere leerlingen?
Wim Kuipers:
Leerlingen ervaren niet alle pakketten als een uitdaging. Niet te verwonderen als je een weg zoekt om vorm te geven aan nieuwe inzichten. Nemen we slechts als voorbeeld de presentatie van de context, gemakshalve de situatiebeschrijving. Wat wij als een deugdelijke context ervaren kan soms nauwelijks een plaats hebben in de belevingswereld van de leerlingen. Zij ervaren de dingen anders. Er moet in de beschreven situaties een voor de leerling herkenbaar element zitten. Maar goed, op het punt van wat een goede context is, zou iemand wellicht apart nog eens kunnen reageren. Voor leerlingen in onze situatie van experimenteren zijn niet al te gecompliceerde contexten met een niet al te ingewikkelde beschrijving waarin ze een stukje werkelijkheid herkennen, een uitdaging. Dit is zo belangrijk omdat er in het experimentele materiaal onvoldoende aandacht is geschonken aan de differentiatieproblematiek, anders uiteraard dan slechts tempodifferentiatie. Het pakketten-materiaal laat de leerling in elk geval zien dat wiskunde iets te maken heeft met de wereld om ons heen. Daar reageren leerlingen positief op. En dan moeten we nog oppassen om niet allerlei situaties in elkaar te knutselen en menen dat daarmee de werkelijkheid wordt voorgesteld.

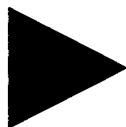
Hoe verwacht u dat de overgang van leerlingen die meegedaan hebben, naar havo 4 of vwo 4 zal verlopen?

Wim Schaafsma:
Het werken met pakketten, het W12-16 project, heeft zich voornamelijk gericht op de C/D-leerlingen. Concreet valt er over de aansluiting nog weinig op te merken:
De aansluiting van mavo 4D naar havo 4A zal redelijk gestroomlijnd zijn, waarschijnlijk zelfs beter dan van (de huidige) havo 3-leerlingen. Onze mavo-leerlingen zijn veel meer getraind in allerlei vaardigheden die bij wiskunde A gevraagd worden, dan de havo-leerlingen.
Over de aansluiting van mavo 4D naar havo 4B is nog niet veel bekend, maar die zal naar verwachting niet daverend zijn. Bij het tweede rapport van de havo 4B heb ik zitten tellen, en tot mijn verbazing kwamen mijn oud-leerlingen redelijk uit de bus: 1 van de 6 leerlingen stond onvoldoende. Dit is natuurlijk een veel te kleine groep om serieuze conclusies te trekken.
Daar komt bij dat onze leerlingen in een overgangssituatie zitten: het oude algebra-programma is er in afgeslankte vorm nog behoorlijk ingestampt. Bij onze huidige mavo-4 leerlingen is dat oude algebraprogramma al weer sterker afgeslankt!

Wat is uw totaal-indruk?
Het nieuwe programma dat W12-16 heeft opgesteld, kent veel positieve punten, maar daarnaast heb ik soms wat vraagtekens.
Zonder volledig te kunnen zijn, een paar opmerkingen:
Het programma sluit veel meer aan bij de leerlingen, niet alleen qua de 'beruchte' belevingswereld. Vooral de grote aandacht voor het rekenonderwijs is een groot pluspunt: leerlingen blijken te kunnen rekenen (ook zonder rekenmachine)! Het nieuwe programma kan het onderwijs wat levendiger maken, het wordt een beetje meer doe-onderwijs, het wordt een beetje taliger. Meer leerlingen krijgen door deze spreiding van vaardigheden meer kansen. Minder leerlingen vragen zich af: waarvoor heb ik dit nodig?
Het programma haalt nogal wat overhoop en veel collega's zijn bang voor niveauverlaging. Het nieuwe programma oogt soms misschien gemakkelijker (zelfs mijn leerlingen beweren dat wiskunde makkelijk is, ook al staan ze onvoldoende!), maar het vergt veel meer van leerlingen dan op het eerste gezicht lijkt.

Ik denk dat veel collega's met moeite afstand zullen doen van het oude programma. In het oude programma lag ook veel vast, het nieuwe programma kent nog veel onzekerheden. De nieuwe algebrapakketten lijken veel goeds te beloven, maar we hebben er nog te weinig ervaring mee om er zinnige opmerkingen over te maken.

We zullen de komende jaren nog moeten stroomlijnen, dat kan ook niet anders na zo'n ingrijpende verandering, maar het aardige is: als wiskundeleraar krijg je veel vaker de mogelijkheid om de verwondering, de verbazing weer in de klas te krijgen voor veel meer leerlingen...



Mededeling

De Faculteit Educatieve Opleidingen van de Hogeschool Midden Nederland te Utrecht verzorgt gedurende het cursusjaar 1992/1993 opnieuw **nascholingscursussen voor wiskundedocenten over de computer in het wiskunde-onderwijs.**

Voor de cursus '*Computergebruik in de wiskundeles*' worden twee groepen gevormd: een mavo/lbo groep en een havo/vwo groep.
Deze groepen komen elk zeventien maal bij elkaar, beurtelings om de veertien dagen op woensdagmiddagen van 15.00 tot 18.00 uur. De mavo/lbo groep start op 2 september en de havo/vwo groep op 9 september 1992.
De deelnamekosten per cursus bedragen *f*300,–. Verder moet op *f*75,– aan kosten voor lesmateriaal gerekend worden.
Voor inhoudelijke informatie kunt u terecht bij: Drs. J. M. Notenboom, tel. 030-547231 of 030-516675 ('s avonds).

De cursus '*Computergebruik in de wiskundeles (vervolg)*' moet gezien worden als verdieping van de bovengenoemde cursus.
Er zijn acht tweewekelijkse bijeenkomsten op woensdagen van 15.00 tot 18.00 uur, te beginnen op 2 september 1992.
De deelnamekosten voor deze cursus bedragen *f*150,–.
Voor inhoudelijke informatie kunt u zich wenden tot: Dr. Martinus Riemersma, tel. 030-54 72 32 of 033-94 29 08 (privé).

Inschrijven kan uitsluitend schriftelijk.
Inschrijfformulieren zijn aan te vragen bij het Bureau Nascholing, tel. 030-54 73 65.

▶ Toetsen bij een ander programma*

Truus Dekker

Wie de eerste twee experimentele examens lbo/mavo heeft gezien weet al dat je op basis van één examenprogramma heel verschillende examens kunt samenstellen. Dat is ook niet zo verwonderlijk als je ziet dat dat examenprogramma nauwelijks meer dan één A4-tje beslaat.
Toetsen, vooral examenopgaven maar ook proefwerken, laten zien op welke manier het examenprogramma wordt uitgewerkt. Dat geldt voor de experimentele examens maar natuurlijk net zo goed voor de 'gewone' examens. Het wiskunde-examen lbo/mavo zoals dat dit jaar is afgenomen verschilt duidelijk van de examens van een jaar of tien geleden. De opvattingen over wat leerlingen moeten kunnen, veranderen en de examens veranderen mee. Dat gaat heel geleidelijk.

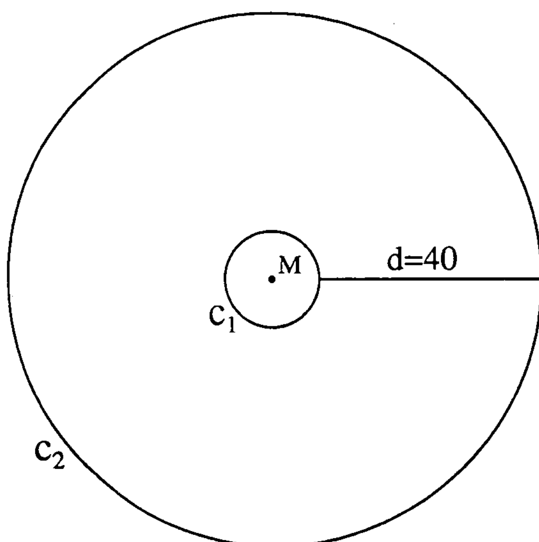
Andere toetsen

Met het nieuwe examenprogramma wordt ook de manier van toetsen anders.
Allereerst valt op dat in de experimentele examens veel gebruik wordt gemaakt van contexten. Dat is geen modegril maar gebeurt op grond van de in het nieuwe programma genoemde vaardigheid: 'Verbindingen leggen tussen enerzijds probleemsituaties die al dan niet in een wiskundige context zijn gesteld en anderzijds wiskundige begrippen, verbanden en structuren.'
Vooral voor leerlingen van dit niveau is het belangrijk dat wiskunde ergens over gáát, dat je wiskunde in allerlei praktijksituaties tegenkomt. En – op een wat abstracter niveau – dat wiskundige onderwerpen geen afgeronde kleine onderdelen zijn van het geheel (die indruk krijg je al gauw als je de onderwerpen in een schoolboek bekijkt) maar dat je wat je vandaag geleerd hebt in een ander verband over een poosje weer moet toepassen; de onderwerpen hangen nauw met elkaar samen.
Een bijkomend voordeel van het gebruik van contexten is dat een groter aantal onderwerpen in hun onderlinge samenhang getoetst wordt. Voor D-niveau zullen de gebruikte contexten vaker uit de wiskunde zelf afkomstig zijn. Verder zijn in de experimentele examens geen meerkeuzevragen gesteld, daar wordt nu niet op ingegaan.
Het is niet eenvoudig om goede toetsvragen te bedenken die
- betrekking hebben op een voor leerlingen herkenbare situatie,
- niet al te ingewikkeld zijn wat het taalgebruik betreft,
- vragen op het goede niveau mogelijk maken,
- duidelijk aangeven wat de leerling moet doen.

Een voorbeeld

Twee opgaven over hetzelfde probleem. De eerste (fig. 1) had eventueel in het 'oude' examen kunnen staan. De tweede (fig. 2) kwam voor in het experimentele examen 1991, C-niveau, tweede tijdvak.
Door allerlei deskundigen werd veel kritiek geleverd op de opgave over de majorette, zoals:
'Moeten leerlingen zelf kunnen bepalen op welke schaal ze hun tekening moeten maken?'
'Misschien denken leerlingen dat een cirkelrok een soort afgeknotte kegel is. Dat zou je moeten verduidelijken.'
'Mogen leerlingen bij vraag 5 een tekening geven als antwoord?'
'Er zijn veel verschillende antwoorden op vraag 5 mogelijk, hoe moet de docent die beoordelen?'
'Als een leerling op vraag 5 antwoordt dat 10 m stof genoeg is, dan is dat wiskundig juist. Zou u dat goed rekenen?'
'Voor leerlingen die op C-niveau examen doen

Van twee cirkels C_1 en C_2, met hetzelfde middelpunt, is het volgende gegeven (zie de figuur):



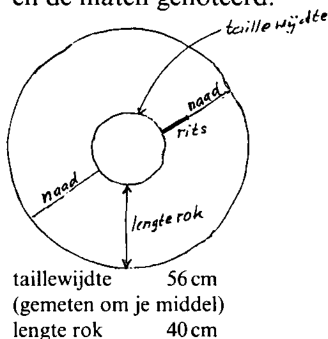
De omtrek van cirkel C_1 is 56.
De afstand d tussen C_1 en C_2 is 40.

4. Bereken de diameter van cirkel C_2.

Figuur 1

De opgaven 4 en 5 horen bij elkaar

Het zusje van Wilma is bij de majorettes gegaan en heeft daarvoor een cirkelrok nodig. Wilma heeft beloofd die voor haar te maken. Ze heeft een schets van een patroon van de rok gemaakt en de maten genoteerd:





taillewijdte 56 cm
(gemeten om je middel)
lengte rok 40 cm

4. Teken het patroon voor de halve cirkelrok op schaal. Schrijf de berekeningen op die je daarvoor gemaakt hebt.

5. Wilma koopt een lap stof van 90 cm breed. Hoe lang moet die lap zijn? Afronden op 10 cm.

Figuur 2

wordt er teveel in één keer gevraagd. De opgave moet in meer "stukjes" geknipt worden.'
'Worden leerlingen die zelf weleens iets naaien niet in verwarring gebracht door problemen als een vleug in de stof of een groot bloempatroon?'

Wanneer je aan alle bezwaren tegemoet zou komen, werd de opgave minstens tweemaal zo groot! Iedere leraar heeft weleens de ervaring gehad, dat leerlingen een proefwerkvraag heel anders bleken te kunnen interpreteren dan de bedoeling was. Maar bij een examenvraag mag dat natuurlijk niet voorkomen. Door de discussie over de examenvragen met verschillende deskundigen op het gebied van toetsen worden de examenmakers gedwongen om heel goed na te denken over wat ze nu precies van leerlingen verwachten, of het wiskundig wel juist is wat er staat en of leerlingen de vraag wel zó zullen lezen als hij bedoeld was. En natuurlijk hebben ook zij nog niet veel ervaring met het maken van contextvragen.

En de leerlingen?

De opgaven uit het tweede tijdvak C-niveau zijn slechts door drie leerlingen gemaakt en dat zijn uiteraard ook zwakke leerlingen. Eén leerling had zelfs geen passer bij zich tijdens het examen!
Roelof had een goede tekening op schaal gemaakt, maar vergeten de berekeningen op te schrijven. Oskar gebruikte de verkeerde formule voor de omtrek van een cirkel hoewel deze leerlingen bij het examen een formulekaart mochten gebruiken. Verder had hij als patroon een trapezium getekend, terwijl de schets van het patroon in de opgave stond.

Met opgave 5 wisten deze leerlingen geen raad. Leendert had de oppervlakte berekend van de cirkelschijf. In theorie is het natuurlijk mogelijk om een cirkelrok te knippen uit een lap stof waarvan de oppervlakte juist groot genoeg is maar het wordt dan wel ingewikkeld patchwork!

Andere toetsen, ander onderwijs

Deze andere manier van toetsen heeft consequenties voor het zelf maken van proefwerkvragen maar zeker ook voor het onderwijs dat aan het examen voorafgaat. Leerlingen krijgen te maken met voor hen nieuwe situaties, het is geen kwestie meer van eindeloos hetzelfde soort opgaven oefenen. Hieronder worden een aantal aandachtspunten genoemd waarmee rekening moet worden gehouden, soms met een korte toelichting:

1 Er wordt veel gebruik gemaakt van realistische voorbeelden, bijv. uit de krant of de beroepswereld.
2 Er zijn weinig standaardvragen.
3 Integratie met andere vakken zoals natuurkunde, aardrijkskunde, economie, handvaardigheid.
Het valt op dat leerlingen soms klakkeloos met formules werken zonder dat ze goed begrijpen waar ze nu precies mee bezig zijn. Een voorbeeld uit het examen '91: 'Bereken de snelheid in km/u van Marianne Muis die de 200 m in 1.57,14 zwom.' De vraag werd in het algemeen door lhno-leerlingen goed gemaakt. Lts-leerlingen kwamen in de problemen omdat ze de formule $s = v \cdot t$ op de verkeerde manier gebruikten.
4 Aan taalvaardigheid worden hogere eisen gesteld.
Lezen kan natuurlijk problemen opleveren voor sommige leerlingen. We proberen dat te vermijden door – vooral bij C-niveau – tekst te vervangen door een toelichtend plaatje. Maar ook in de huidige situatie is taal een probleem. Hoeveel tijd besteden we niet om leerlingen uit te leggen dat

- bereken de nulpunten
- bereken de snijpunten met de x-as
- bereken het volledig origineel van 0
- bereken wanneer $f(x) = x^2 + 3x - 4 = 0$ is

in feite alsmaar neerkomt op het oplossen van een 2e graadsvergelijking?
'Waarom kunnen wiskundeleraren nooit gewoon zeggen wat ze bedoelen maar gebruiken ze altijd van die ingewikkelde wiskundetaal?' verzuchten mijn mavoleerlingen nogal eens.
5 Bij veel antwoorden moet een maataanduiding staan.
Tot nu toe waren wiskundeleraren niet zo gewend dat er een maataanduiding bij het antwoord moest komen. Maar als je berekent hoe hoog een vliegtuig moet vliegen om een overzichtsfoto van heel Nederland te kunnen maken kun je toch niet als antwoord '3' geven. Een probleem dat daar onmiddellijk mee samenhangt is de vraag naar de juiste orde van grootte van het antwoord. Daar moet je veel mee geoefend hebben en dan nog is het voor de leerlingen heel lastig.
6 Leerlingen moeten zelf 'gereedschap' kiezen.
Uit de manier van vragen is niet direct duidelijk of je bijv. een tekening moet maken, goniometrische verhoudingen gebruiken of de stelling van Pythagoras toepassen. Ook daar moet je veel ervaring mee hebben opgedaan in de jaren voor het examen.
7 Er wordt meer nadruk gelegd op het goed kunnen formuleren van het antwoord.
Zodra je andere dan standaardantwoorden vraagt, merk je – overigens niet alleen bij wiskunde – hoe moeilijk het voor leerlingen is om hun antwoorden goed te formuleren.
8 Een niet verwacht antwoord op een vraag kan goed zijn op grond van de redenering.
Dat maakt het voor docenten tijdrovender om dit werk te corrigeren. Maar als je ziet op hoeveel – goede – manieren leerlingen soms hetzelfde vraagstuk weten op te lossen is het die extra moeite meer dan waard.

Ik hoop niet dat u uit het voorgaande de indruk hebt gekregen dat toetsen en examens nu voortaan alleen uit contextvragen moeten bestaan. Uiteraard zijn er nog steeds kennisvragen en bekende technieken die leerlingen moeten kunnen toepassen. Maar daar hebben we al jaren ervaring mee. Dat zal na verloop van tijd ongetwijfeld ook met een andere manier van toetsen het geval zijn.

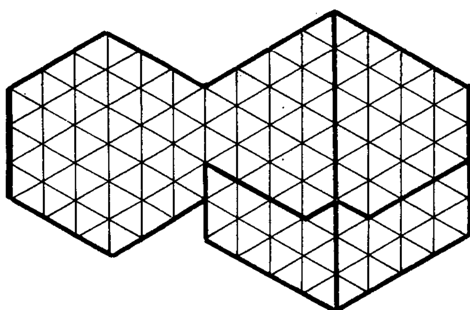
* Lezing gehouden op de Studiedag van de NVvW op 26 oktober 1991.

● Recreatie ● ● ● ●

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

► Oplossing 634

Op isometrisch papier was een regelmatige zeshoek met zijde 5 getekend. Nu gaan we deze in stukken verknippen z.d.d. we er zeshoeken met zijde 3 en 4 van kunnen maken. (De Stelling van Pythagoras!). De stukken mogen we *niet* omdraaien.
Een oplossing in 4 (!) stukken zou kunnen zijn:



Het is echter ongebruikelijk dat de zeshoeken nog aan elkaar vast zitten. Als we de twee zeshoeken losknippen, dan krijgen we een oplossing in 5 stukken, waarmee een regelmatige zeshoek met zijde 5 te leggen is. De volgende inzenders vonden een minimum van 5 stukken en ontvingen daarvoor 5 ladderpunten (er zijn meerdere verdelingen mogelijk):
Ad Boons (5), Tilburg; *Lourens van den Brom* (10), Krommenie; *Dick Buijs* (30), Kerk-Avezaath; *Jacques Haubrich* (20), Eindhoven; *Wil Huijben-v.d. Berg* (18), Eemnes; *Bob Kootstra* (10), Roosendaal, de nestor van ons puzzelgezelschap. In de zestiger jaren verschenen van hem al puzzels in deze puzzelrubriek!
De andere inzenders ontvingen 4 punten voor hun oplossing in 6 stukken. Niemand had meer stukken nodig.
Met 34 punten staat boven aan de ladder:
Dhr. W. M. Banis, Engweg 9-A, 1251 LK Laren NH.
Gefeliciteerd met de boekenbon van *f* 25,–.

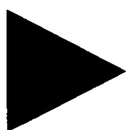
► Opgave 637

Met de eerste homecomputer kwam de behoefte aan software. Al in 1979 werden er daarom via de radio computerprogramma's uitgezonden. Wie een ander type computer had dan waarvoor zo'n programma werd uitgezonden, had helaas pech. Dat veranderde door de komst van BASICODE, een uniforme manier van uitzenden waarbij de uitzending via een hulpprogramma op elke computer ingelezen kon worden. Omdat de homecomputers in de loop van de jaren sterk evolueerden, werd BASICODE steeds verder ontwikkeld. Via Basicode-2 (1983) en Basicode-3 (1986) is sinds 1991 BASICODE-3C de standaard, waarbij de C staat voor kleuruitbreidingen.

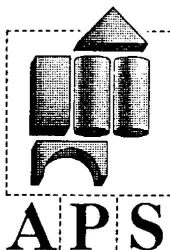
In samenwerking met *Jacques Haubrich*, geen onbekende in deze kolommen, gaat er iets bijzonders gebeuren. Een puzzel op hetzelfde moment via twee verschillende media!
Op woensdag 1 juli 1992 zendt de TROS in het BASICODE-3 magazine (radio 5, 18.10-18.20 uur) een Basicode-programma uit voor de puzzel die u hieronder aantreft. Dat programma kunt u met een vertaalprogramma inlezen en als hulp bij het oplossen van de puzzel gebruiken. Uw computer houdt dan bij welke zetten er mogelijk zijn, welke u gedaan hebt en laat u desgewenst een of meer zetten teruggaan. Een foute boekhouding is dus niet mogelijk, maar uw inventiviteit blijft nodig voor het vinden van een oplossing.
We hebben voor deze zomervakantie gekozen voor het houten geduldspel SCALA, ontworpen door Heinz Meister, uitgebracht door de Duitse firma Selecta. In een 5 × 5 vierkant liggen 25 houten blokjes met op elk één van de cijfers 1 tot en met 4.

①	4	2	3	3
3	2	1	1	4
1	2	2	1	3
1	2	3	2	1
2	3	1	4	3

U begint bij het omcirkelde blokje en doet van daar uit een stap van in dit geval 1 in horizontale, verticale of diagonale richting. Het omcirkelde blokje wordt omgekeerd. Ging u bijvoorbeeld omlaag, dan moet u vervolgens een stap van 3 maken, enzovoort totdat alle blokjes zijn omgedraaid en u bovendien weer terug bent op de uitgangspositie links boven.
Als u binnen TWEE maanden één van de (vele) mogelijke oplossingen instuurt, verdient u 5 punten voor de laddercompetitie, waarmee u op elk gewenst moment kunt beginnen. Bijvoorbeeld nu!
Prettige puzzel- en speelvakantie!



Mededeling



Basisvorming en het nieuwe leerplan wiskunde 12-16

1. Voorlichtingsdagen

Inhoud

Voor wiskunde zal de invoering van de basisvorming per 1 augustus 1993 samenvallen met de invoering van het nieuwe leerplan wiskunde voor 12- tot 16-jarige leerlingen en met de invoering van een nieuw examenprogramma voor lbo en mavo. De overlapping tussen het oude en het nieuwe leerplan is gering. De kerndoelen van de basisvorming zijn gebaseerd op het nieuwe leerplan voor wiskunde. Het programma voor de kerndoelen loopt dan ook in de pas met de nieuwe programma's voor lbo, mavo en onderbouw havo, vwo. In de voorlichtingsdagen komen aan de orde:

- de betekenis van de basisvorming voor wiskunde;
- kennismaking met de nieuwe onderdelen van wiskunde;
- kerndoelen en de toetsing daarvan;
- wiskundewerklokaal; werken met materialen in de klas;
- invoeringsstrategieën voor de sectie en de mogelijke ondersteuning daarbij.

Bestemd voor

Wiskundeleerkrachten van lbo tot vwo die zich voor het eerst willen oriënteren op de consequenties van de invoering van de basisvorming en het nieuwe leerplan. Werkgroepen per schooltype.

Tijd:	Twee dagen van 10.00 – 16.00 uur.
Data:	Woensdag 30 september en woensdag 28 oktober 1992, of woensdag 7 oktober en woensdag 4 november 1992.
Plaats:	Amsterdam, Utrecht, Zwolle, Groningen, Tilburg, Sittard, Nijmegen, Eindhoven, Rotterdam en Middelburg.
Kosten:	*f* 150,– per deelnemer.
Certificaat:	Bij effectieve deelname ontvangt u een certificaat voor 10 uur.

2. Voorbereidingscursus

Inhoud

In de voorbereidingscursus komen aan de orde:

- Nieuwe onderdelen in het wiskundeprogramma bij algebra, meetkunde, voortgezet rekenen, informatieverwerking en statistiek.
- Basisvorming en het nieuwe leerplan uitdagend maken voor meer leerlingen!
- Een experiment van een les bij elk onderdeel.
- Werkgroepen per schooltype.
- Inbreng van docenten uit de proefscholen.

Bestemd voor

Wiskundesecties van lbo tot vwo die zich in het laatste jaar voor de invoering van het nieuwe wiskunde leerplan voor 12-16 jarigen goed willen voorbereiden. Van een sectie kunnen 2 personen naar de bijeenkomsten komen. Dit hoeven niet steeds dezelfde personen te zijn. Het cursusmateriaal is zodanig dat de deelnemers de inhoud gemakkelijk kunnen overdragen aan de rest van de sectie. Bij cursusmateriaal moet u denken aan een beschrijving van de cursusmiddag, oefenmateriaal voor in de klas, overzichten op sheets en achtergrondliteratuur. Deelname is ook mogelijk voor individuele wiskundedocenten.

Tijd:	Tien middagen van 14.00 – 17.00 uur.
Data:	Op de volgende woensdagen: In 1992: 23 september, 14 oktober, 11 november, 2 december, 16 december. In 1993: 20 januari, 3 februari, 10 maart, 31 maart en 21 april.
Plaats:	Mogelijkheden: Amsterdam, Utrecht, Groningen, Nijmegen, Tilburg, Sittard, Eindhoven, Zwolle, Rotterdam, Middelburg.
Kosten:	*f* 450,– per deelnemer. Sectie-abonnement voor *f* 750,–.
Certificaat:	Bij effectieve deelname ontvangt u een certificaat voor minimaal 10 uur.

3. Methodekeuze-conferentie

Inhoud

Het ligt voor de hand dat de secties per 1 augustus 1993 in de eerste klas beginnen met een methode die goed past op het nieuwe leerplan. In samenwerking met de uitgevers willen we iedereen de gelegenheid geven zich te oriënteren op de methodes die per 1 augustus 1993 op de markt zullen zijn.

's Ochtends is er algemene informatie over het kiezen van een methode bij het nieuwe leerplan. 's Middags kunt u de workshops van de verschillende uitgevers bezoeken.

Bestemd voor

Wiskundeleerkrachten van lbo tot vwo die zich willen oriënteren op een nieuwe methode. Gezien het grote aantal workshops is het raadzaam met de hele sectie te komen.

Tijd: één dag van 10.00 tot 16.00 uur.

Datum en Plaats:		
	Donderdag 7 januari 1993:	Utrecht
	Maandag 25 januari 1993:	Groningen
	Dinsdag 26 januari 1993:	Eindhoven
	Woensdag 27 januari 1993:	Amsterdam
	Donderdag 28 januari 1993:	Rotterdam
	Vrijdag 29 januari 1993:	Tilburg
	Maandag 8 februari 1993:	Zwolle
	Dinsdag 9 februari 1993:	Nijmegen
	Donderdag 11 februari 1993:	Middelburg
	Vrijdag 12 februari 1993:	Sittard

Kosten: *f* 75,– per deelnemer.

4. Informatie

Inschrijving: De sluitingsdatum is 9 september 1992.

Informatie: **Algemeen Pedagogisch Studiecentrum:**
Infopunt Wiskunde 12-16
Bertina Nieuwenhuizen (tel. 020 - 54 81 766)
Postbus 7888
1008 AB AMSTERDAM

▶ Nascholing W12-16

Agnes Verweij

Dat hoeft niet zonder hulp

Een vreemde gewaarwording is het als je meer dan een jaar tevoren, min of meer bij toeval, de aankondiging onder ogen krijgt van een nascholingscursus W12-16 die je waarschijnlijk zelf gaat geven. Data, plaats, tijden, inhoudsbeschrijving, prijs, het is allemaal al vastgelegd, terwijl je agenda nog niet ver genoeg reikt om er een aantekening van te kunnen maken. Zelfs veel cursusmateriaal blijkt al klaar te liggen, voorzien van mooie glimmende kaftjes. Het ziet er allemaal erg professioneel uit. In een van de boekjes voor de cursisten lees ik, waar het gaat over het voorbereidingswerk dat in verband met het nieuwe wiskundeprogramma gedaan moet worden: 'Dat hoeft niet zonder hulp...'.[1] Nu, dit geldt duidelijk niet alleen voor de docenten die het nieuwe wiskundeprogramma voor de onderbouw straks moeten gaan uitvoeren, maar ook voor degenen die de docenten daarop gaan voorbereiden.

Van COW naar APS

De voortvarendheid waarmee de nascholing voor W12-16 van start gegaan is, heeft te maken met het samengaan van de invoering van het nieuwe wiskundeprogramma met de invoering van de basisvorming. Een onderdeel van de opdracht van de staatssecretaris van Onderwijs en Wetenschappen aan de COW is, dat in de zomer van 1992 advies moet worden uitgebracht over de nascholing van docenten in het kader van de nieuwe leerplannen voor de onderbouw van het voortgezet onderwijs en het nieuwe eindexamenprogramma voor lbo/ mavo. Maar lang voor de genoemde datum is vanuit het Ministerie van O&W de nascholing voor de basisvorming al in gang gezet. Daarbij is de coördinatie van deze nascholing in handen gegeven van de Landelijke Pedagogische Centra, die bij de uitvoering samenwerken met de andere instellingen uit het onderwijsverzorgingscircuit zoals de lerarenopleidingen, het Cito en de SLO. Dat voor wiskunde de werkzaamheden van de LPC zich niet beperken tot de nascholing met betrekking tot de basisvorming, maar zich ook uitstrekken tot de nascholing rond de nieuwe programma's, ligt voor de hand.

In het Ontwikkelingsplan Wiskunde 12-16, dat de COW in juni 1987 uitbracht, was al een globale opzet van en een fasering voor de invoering van het nieuwe wiskundeprogramma beschreven. Er was sprake van zeven zogenaamde A- en B-scholen waarin, respectievelijk vanaf augustus 1987 en augustus 1988, aan de hand van experimenteel leermateriaal van het team W12-16 nieuwe programmaonderdelen uitgeprobeerd zouden worden. Verder zouden enkele jaren later, als het nieuwe programma in concept gereed lag, twintig C- en twintig D-scholen het totale nieuwe leerplan vanaf de brugklas gaan invoeren. Het was de bedoeling dat de C-scholen ook met materiaal van het team W12-16 gingen werken, terwijl de D-scholen experimenteel commercieel materiaal zouden gaan gebruiken. Twee jaar later zouden de overige scholen dan alle tegelijk met invoering van de nieuwe leerplannen vanaf de eerste klas gaan beginnen.
Al snel bleek dat dit plan veel te ambitieus was geweest: de experimenten gingen van start met slechts twee A- en twee B-scholen. En in het voorjaar van 1990 werd duidelijk dat, door problemen met de bekostiging van taakuren, bij de proefinvoering met veel minder dan twintig C-scholen gewerkt zou moeten worden. Het idee van het werken met D-scholen had men inmiddels vrijwel helemaal laten varen.



Op dat moment nam het APS namens de LPC de organisatie rond de C- en D-scholen over. Het APS stelde, in overleg met de COW en de nlo's, een groep van zes C-scholen samen die in augustus 1990 van start ging met de invoering van een nieuw wiskundeprogramma in klas 1. Eén van de C-scholen besloot al snel D-school te worden, een jaar later kwam er een nieuwe school als D-school bij en in augustus 1992 zullen naar verwachting nog drie andere scholen als D-school van start gaan.

De begeleiding van de A- en B-scholen bleef nog gedurende de cursusjaren '90/'91 en '91/'92 een COW-zaak. Maar de ondersteuning van de C- en D-scholen werd van het begin af aan verzorgd vanuit de Samenwerkingsgroep Proefinvoering Wiskundeleerplan 12-16. Deze Samenwerkingsgroep, waarvan de coördinatie berust bij het APS, is samengesteld uit medewerkers van het APS, de lerarenopleidingen van de Hogescholen, het Cito, de COW, het team W12-16 en docenten van proefscholen.
In de zomer van 1992 houdt de COW op te bestaan en vanaf die tijd zal de plaats van de COW-leden in de Samenwerkingsgroep ingenomen worden door leden van een dan in te richten Adviesgroep Invoering Wiskundeleerplan 12-16, waarvan het voorzitterschap en het secretariaat bij het APS worden ondergebracht.

Het is de Samenwerkingsgroep die, op basis van de ervaringen met de C-scholen, het aanbod ter ondersteuning van de landelijke invoering door alle scholen voor voortgezet onderwijs ontwikkelt en de benodigde materialen, zoals draaiboeken voor nascholingsbijeenkomsten, produceert.

Het advies over de nascholing dat de COW in juni van dit jaar gaat uitbrengen, moet op het moment dat ik dit schrijf nog opgesteld worden.
Het is niet moeilijk te voorspellen hoe dit advies er uit zal zien; de COW zal wel zo praktisch zijn eenvoudigweg een overzicht te geven van alles wat inmiddels door de Samenwerkingsgroep bedacht en gedaan is.

Acceptatie

De experimentele invoering van het nieuwe leerplan op de C-scholen is van start gegaan op basis van de door de COW en het APS in februari 1990 geschreven nota 'Operatie Acceptatie'. De titel van deze nota is veelzeggend; het leek er vooral om te gaan de docenten te overtuigen van de positieve kanten van de nieuwe programma's.[2] Dit is, gezien vanuit het standpunt van de ontwikkelaars van nieuwe leerplannen die inmiddels al het een en ander op enkele experimenteerscholen uitgeprobeerd hebben, begrijpelijk. Maar toen het verzorgingscircuit zich met nascholing ging bezighouden, mocht een bredere visie verwacht worden.
Bij de regionale najaarsbijeenkomsten voor de docenten van de overige scholen die in 1990 en in 1991 georganiseerd werden door de NVvW, en de twee Nieuwe Wiskranten, die naar alle scholen zijn gestuurd, speelde het APS nog een bescheiden rol. De inhoud werd voor het grootste deel verzorgd door de COW, het team W12-16 en docenten van de A- en B-scholen. Men gaf voorlichting en probeerde te overtuigen. De informatie kon, gezien de beperkte tijd, niet erg gedetailleerd zijn en dat gold ook voor de kritiek van de docenten in de zaal. Mijn indruk was dat veel docenten nogal gelaten reageerden omdat ze, gezien de ervaringen met eerdere leerplanvernieuwingen, het idee hadden dat het allemaal toch wel zou doorgaan, ook als zij er niet achter stonden. Het is waar, vanuit de Vereniging werd steeds aangedrongen op – schriftelijke – reacties. Maar toen ik meemaakte dat een docent van een experimenteerschool de lachers op zijn hand kreeg door de manier waarop hij sprak over twee van zijn collega's die maar halsstarrig bleven vasthouden aan hun bezwaren tegen de vernieuwingen, kon ik me voorstellen dat menig docent hierdoor niet echt geïnspireerd werd om de eigen kritiek thuis aan het papier te gaan toevertrouwen.

Een prima initiatief van de NVvW was het om, als vervolg op de bijeenkomsten van 1990, regionale werkgroepen in te stellen met als doel de nieuwe plannen rond W12-16 kritisch door te lichten. Jammer genoeg werden geen faciliteiten en ondersteuning geboden. Meldden zich daarom slechts enkele tientallen docenten aan?

Verheugend was ook dat in het Invoeringsplan voor het Leerplan Wiskunde 12-16 van het APS dat in januari 1991 verscheen, opgenomen was dat de proefinvoering op de C-scholen ook aanwijzingen zou moeten opleveren voor bijstellingen van het nieuwe leerplan. De docenten van de C-scholen zouden dus op grond van hun ervaringen nog invloed kunnen uitoefenen op de vernieuwingsplannen. Daarmee werd een uiterst belangrijke extra dimensie gegeven aan de inzet van deze docenten, in elk geval tijdens de eerste twee jaren van de proefinvoering tot aan de indiening van de COW-plannen bij de staatssecretaris.

De nascholing van de overige docenten is gestart op een moment waarop de plannen van de COW al goeddeels vastlagen. De mogelijkheid om invloed uit te oefenen op de inhoud van het nieuwe wiskundeprogramma heeft dan ook bij deze nascholing van het begin af aan ontbroken. Dit alleen al maakt dat de nascholing van de docenten van de C-scholen niet model kan staan voor de nascholing van de docenten van de overige scholen. Daarbij komt dan nog dat het bij de C-scholen gaat om een kleine, zorgvuldig geselecteerde groep scholen die bij voorbaat al positief stond tegenover de vernieuwingen in het wiskundeonderwijs en waarin sprake is van een stevige samenwerkingsstructuur op sectieniveau. Dat is bij veel andere scholen niet het geval en dit kan betekenen dat het bij de nascholing van de overige docenten met de acceptatie niet altijd even vlot zal verlopen.

Het aanbod

In het lopende cursusjaar bestond het aanbod van de Samenwerkingsgroep voor de docenten van de overige scholen uit
– een tweetal Voorlichtingsdagen, gericht op acceptatie van de vernieuwingen, op tien plaatsen in het land, tweemaal uitgevoerd;
– een Voorbereidingscursus van tien middagen, met het accent op de nieuwe leerstofonderdelen, op vier plaatsen in het land.
De uitvoering van deze cursussen was in handen van leden van de Samenwerkingsgroep, andere docenten van de lerarenopleidingen van de Hogescholen en –bij de Voorlichtingsdagen– enkele universitaire lerarenopleiders.
In het cursusjaar '92/'93 worden de Voorlichtingsdagen en de Voorbereidingscursus herhaald, de laatste nu ook op tien plaatsen, en wordt het aanbod uitgebreid met
– een Methodekeuzedag, op tien plaatsen in het land.[3]
Voor de periode van augustus 1993 tot augustus 1997, waarin de invoering van de nieuwe leerplannen en het examenprogramma lbo/mavo plaats gaat vinden, zijn plannen gemaakt voor
– een Invoeringscursus gericht op de Kerndoelen en het benodigde didactische repertoire voor de eerste twee leerjaren;
– een Invoeringscursus voor het derde en vierde leerjaar, ook met het accent op nieuwe didactische vaardigheden;
– Themadagen over verschillende onderwerpen, afhankelijk van de vraag van het veld;
– Bestendigingscursussen, gericht op het beklijven van de vernieuwingen.

Daarnaast kan altijd informatie ingewonnen worden bij het Infopunt op het APS en kunnen secties die problemen hebben die in de cursussen niet aan de orde komen korte incidentele ondersteuning krijgen.

Behoefte aan nascholing

De Samenwerkingsgroep rekent er kennelijk op dat er nog lang veel behoefte aan nascholing rond W12-16 zal blijven. De vraag is in hoeverre dit reëel is. In het Invoeringsplan van het APS wordt terecht opgemerkt dat de behoefte aan nascholing onder de docenten verschillend zal zijn. Men zal daarom zorgen voor literatuur die ook bruikbaar is voor docenten die geen nascholing volgen. Een aantal van de geplande publikaties is al gereed, zoals Examenbundels, een Toetsenbundel en de Wiskundewerklokaalbundel.[4] Als straks de nieuwe leerplannen in de leerboeken verwerkt zijn, zullen veel docenten aan de hand van de materialen wel verder zelf hun weg door de vernieuwingen zoeken.
De ervaring bij eerdere leerplanveranderingen leert wel dat de belangstelling voor incidentele thema-

bijeenkomsten vaak na jaren nog groot is. Daarom is het een goede gedachte geweest ook de langere Voorbereidings-, Invoerings- en Bestendigingscursussen op te splitsen in min of meer op zichzelf staande onderdelen die elk door een paar andere collega's van een wiskundesectie van een school gevolgd kunnen worden. De scholen kunnen daartoe een zogenaamd *sectieabonnement* op deze cursussen nemen.

Nascholing onder schooltijd

Opvallend is, dat de lange cursussen op middagen van 14.00 tot 17.00 uur gepland zijn, voor een groot deel buiten schooltijd dus, maar dat men voor een korte cursus een of twee hele dagen uitgeroosterd moet worden.
De vertegenwoordigers van de NVvW in de COW, Joop van Dormolen en Francis Meester, hebben een jaar geleden in een artikel in Euclides de problematiek van nascholing onder schooltijd aan de orde gesteld en om reacties uit het veld gevraagd.[5] Of dit iets opgeleverd heeft, weet ik niet, maar de plannen van de Samenwerkingsgroep zijn wat de cursustijden betreft sindsdien in elk geval niet gewijzigd. Mij lijkt het een goede zaak als nascholing niet steeds in de 'vrije' tijd na afloop van de lessen geprogrammeerd wordt. Maar met de keuze die nu gemaakt is, worden deelnemers aan lange cursussen die geen collega's hebben die meedraaien in een sectieabonnement onevenredig zwaar belast. Men heeft kennelijk veel belang gehecht aan de bezwaren die het voor de organisatie van een school meebrengt als een docent meer dan twee keer per cursusjaar een hele lesdag uitgeroosterd moet worden.

De financiering

Een andere ontwikkeling waarvan nog niet duidelijk is welk effect deze teweeg zal brengen, is dat de subsidie voor de nascholing in de komende jaren geleidelijk overgeheveld wordt van de lerarenopleidingen en de onderwijsverzorgingsinstellingen naar de scholen. De bedoeling is dat de scholen een eigen beleid ten aanzien van nascholing gaan ontwikkelen en dat docenten hierdoor meer gestimuleerd worden om nascholing te volgen. Zullen in de toekomst vaker docenten tegen hun wil door hun bevoegd gezag naar nascholingscursussen gestuurd worden? En zijn er wellicht ook docenten die wel naar nascholing willen, maar die niet kunnen omdat andere collega's al eerder een claim op de nascholingsgelden van de school gelegd hebben? Of zal het voor nascholing bedoelde geld op sommige scholen toch aan andere zaken besteed gaan worden? Het is hoe dan ook van belang om als wiskundesectie of als individuele docent tijdig binnen de school de eigen wensen ten aanzien van de nascholing W12-16 aan te kaarten.

Kern van de verandering

Tijdens de Voorlichtingsdagen die dit voorjaar gehouden zijn, is veel tijd besteed aan wat werd aangeduid als: de kern van de verandering. Deze kern bestaat, dat is duidelijk, voor een belangrijk deel uit het werken met contextrijke wiskunde. Dat daarbij op een andere manier dan voorheen in de wiskundeles aandacht besteed zal moeten worden aan taal, is ook duidelijk. Maar bij de vanzelfsprekendheid waarmee in de draaiboeken een aantal didactische principes die met name door het IOWO vroeger ook al in verband met het oude programma gepropageerd werden, nu als consequenties van de nieuwe leerplannen worden genoemd, kunnen de nodige vraagtekens gezet worden. Men is wel voorzichtiger geworden: er wordt bijvoorbeeld niet meer over groepswerk of werken in groepjes gesproken, maar wat neutraler over 'samenwerken'.
Wat betreft de suggestie dat werken met contexten impliceert: leerlingen zeer open problemen voorleggen waarbij zij worden aangemoedigd hun eigen aanpakken en oplosmethoden te gaan ontwikkelen die vervolgens allemaal besproken worden, is er niets veranderd sinds de IOWO- en OW&OC-tijd. Deze suggestie werd destijds bij de nascholing voor wiskunde A bij HEWET en HAWEX gewekt door de experimentele leerlingenmaterialen, al bleek het later in de leerboeken en in de centrale schriftelijke

● Werkblad 1 ●

▶ Tafeltennis

Bettine speelt sinds kort tafeltennis. Ze doet ook mee aan de competitie. Ze moet daarvoor elke week één wedstrijd spelen.
Na vijf speelweken verschijnt in het clubblad het volgende overzicht.

PERSOONLIJKE RESULTATEN JEUGDSPELEN

	aantal gewonnen partijen	aantal gespeelde partijen
1. Erik	14	15
2. Tung	12	15
3. Marijke	11	12
4. Renee	10	15
5. Carla	9	15
6. Henk	8	18
7. Stef	7	15
8. Bettine	7	12
9. Herko	6	12

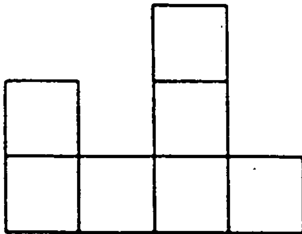
Bettine is niet blij met dit overzicht; ze staat bijna onderaan! Voor haar gevoel klopt er iets niet, maar ze kan dat niet goed uitleggen.
Help haar. Bedenk een eerlijke manier om de resultaten te vergelijken. Schrijf namens Bettine een brief aan de redactie van het clubblad. Stel hierin een andere volgorde van de spelers voor. Leg ook uit waarom je voor die volgorde kiest.

Uit 'Praktisch Rekenen', een leerstofpakketje voor klas 1 van het team W12-16.

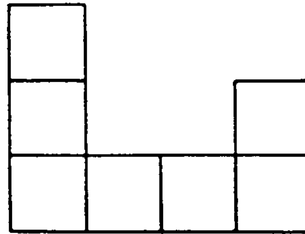
● Werkblad 2 ●

▶ Aanzichten

Van kubusblokjes is een bouwsel gemaakt. Je ziet hier twee aanzichten.



Vooraanzicht



Zijaanzicht

Hoeveel blokjes zijn er op zijn minst gebruikt?
Hoeveel blokjes zijn er op zijn hoogst gebruikt?

Suggestie: Teken een grondplaat van 4 bij 4 en plaats daarin de blokjes.
Of noteer in een schema van 4 bij 4 de aantallen.

Uit 'Wiskundelijn', deel 1b.

examens allemaal wel mee te vallen. Ook bij de Voorlichtingsdagen voor W12-16 was de eerste opgave uit het experimentele leerlingenmateriaal die met de cursisten besproken werd een voorbeeld van zo'n heel open probleem. Het ging om de opgave uit 'Praktisch Rekenen' die als werkblad 1 is afgedrukt. Het is een van de opgaven waarmee de cursisten vóór de tweede Voorlichtingsdag in de klas moesten experimenteren en waarvan ze van een tiental leerlingen de uitwerkingen moesten proberen te beoordelen.

Voor de gebruikers van Wiskundelijn of de nieuwste editie van Moderne Wiskunde was deze huiswerkopgave geen probleem. Een aantal anderen uit mijn groep vertelden later dat het een heel nieuwe ervaring was geweest. De leerlingen hadden veel meer verschillende oplossingen bedacht dan men had voorzien en wie een nabespreking in de klas gehouden had, was daar erg lang mee bezig geweest.

Een docente, die haar leerlingen kennelijk niet had laten samenwerken, had in één klas meer dan 20 verschillende antwoorden geteld. Eén leerling, een jongen, had het zich wel erg gemakkelijk gemaakt; hij volstond met de opmerking dat jongens natuurlijk altijd beter tafeltennis spelen dan meisjes en dat het daarom zinloos is jongens en meisjes in een competitie tegen elkaar te laten uitkomen. Met dit antwoord had deze docente geen raad geweten en ook met de beoordeling van de overige oplossingen had ze grote moeite gehad. Haar conclusie uit de ervaringen met deze opgave luidde: 'Als alle opgaven zo zijn, dan ga ik alsnog het bedrijfsleven in!'

Zij was niet de enige die bezwaren tegen dit soort opgaven had. Anderen zeiden dat ze, gezien deze ervaring, dergelijke opgaven uit het leerboek zouden overslaan. Zij vonden erg onduidelijk wat leerlingen van zoiets leren, vonden het geleerde niet in verhouding staan tot de in de nabespreking er aan bestede tijd en/of waren ervan overtuigd dat hun leerlingen in grote verwarring zouden raken als meegedeeld werd dat zoveel verschillende antwoorden goed konden zijn.

Ook nu zal, als de nieuwe leerboeken verschijnen, wel blijken dat de soep niet zo heet wordt gegeten als ze opgediend wordt. Maar wie bij het voorproeven zijn mond verbrand heeft, spreekt deze wijsheid wellicht niet meer aan.

Het Wiskundewerklokaal

Het werken met concreet materiaal, dat als een ander aspect van de kern van de verandering genoemd wordt, komt me ook al bekend voor. Ik heb mijn allereerste brugklasleerlingen in 1968 met limonaderietjes draadmodelletjes van een kubus en een piramide laten maken. Niet uit een of andere didactische overtuiging, die had ik toen nog niet, maar meer omdat het als opdracht in Moderne Wiskunde stond en ik als beginnend wiskundelerares niets durfde overslaan. Sommige collega's op mijn school durfden dat wel, en zij doen – zoals zovelen – ook nu bij de meetkunde in de bovenbouw van havo en vwo niets met modellen. Toch is door OW&OC in verband met HEWET en HAWEX nog eens nadrukkelijk op de noodzaak van het gebruik van concreet materiaal bij ruimtemeetkunde gewezen.

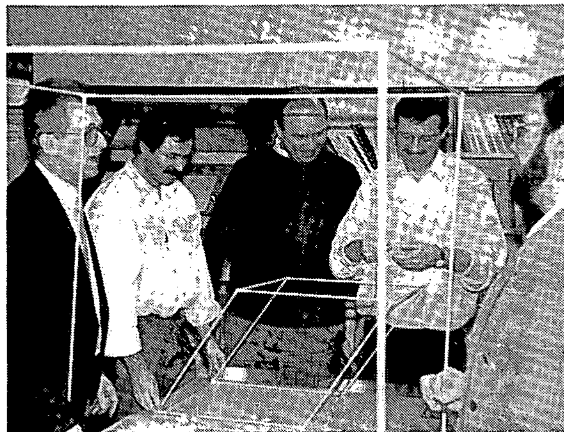
In de nascholing die ik toen met betrekking tot wiskunde B gaf heb ik, inmiddels wel uit overtuiging, mijn cursisten met behulp van modelletjes meetkundeopgaven uit het experimentele leerlingenmateriaal laten maken. Dat ging allemaal heel leuk en men zag het nut er op dat moment zeker van in. Maar ook deze docenten heb ik later meer voor het bord in de lucht zien staan wijzen op denkbeeldige lijnen in al even denkbeeldige kubussen dan dat ik ze met concrete materialen aan het werk zag. En bij mijn bezoeken aan practicumscholen heb ik helemaal nooit leerlingen zèlf bezig gezien met ruimtemodelletjes.

Tijdens de tweede Voorlichtingsdag stond een opgave op het programma die afkomstig zou zijn uit Wiskundelijn. Dezelfde opgave stond echter jaren geleden al in het experimentele HEWET-materiaal en ik heb deze zowel bij HEWET als later bij HAWEX aan mijn nascholingscursisten voorgelegd. Het gaat om de opgave die in werkblad 2 is afgedrukt. Men ging ook nu weer zeer geanimeerd aan de slag met de speelgoedblokjes van mijn zoon, die ik voor de gelegenheid nog eens van de vliering had gehaald, en men vond het gebruik van de blokjes ook weer erg nuttig.

Ook de materialen die uitgestald waren in het Wiskundewerklokaal van de Hogeschool in Eindhoven werden met veel belangstelling bekeken.



Werken met concreet materiaal tijdens de Voorlichtingsdagen.



In het Wiskundewerklokaal van de Pedagogisch Technische Hogeschool Eindhoven.

Maar op de eigen school een Wiskundewerklokaal inrichten, zoals aanbevolen wordt in de literatuur over W12-16, dat vond men overdreven. En niet praktisch ook: dan moet je zo'n lokaal met de sectie delen en steeds afspraken maken en maar hopen dat je er op het juiste moment in terecht kunt. Het leek deze cursisten veel handiger om steeds wat eenvoudige materialen bij de hand te hebben in het eigen, gewone, lokaal.
In feite wilden zij zo van elk lokaal waarin regelmatig wiskunde wordt onderwezen een bescheiden versie van een Wiskundewerklokaal maken. Daar is veel voor te zeggen, maar ik ben benieuwd in hoeverre deze ideeën gerealiseerd zullen worden. En ik ben nog veel meer benieuwd of met het pleidooi voor een Wiskundewerklokaal vanuit de Samenwerkingsgroep bereikt wordt dat de materialen niet alleen op de een of andere manier bij de hand zijn, maar dat zij ook op grote schaal door leerlingen gebruikt worden in de wiskundeles.

Tenslotte

Een jaar geleden schreef Agneta Aukema-Schepel namens het bestuur van de NVvW in Euclides dat vóór de invoering van de nieuwe leerplannen een uitgebreide bijscholing van alle docenten noodzakelijk is. Want: 'Zonder deze bijscholing is vernieuwing tot mislukken gedoemd, omdat het nieuwe programma niet alleen andere leerstof zal omvatten, maar ook andere manieren van werken in de klas zal vragen'.[6] Uit wat in het voorafgaande is beschreven, blijkt dat aan deze eis in zoverre is voldaan dat de docenten die dat willen inderdaad een uitgebreid en gevarieerd pakket aan nascholingscursussen en -cursusjes rond W12-16 zullen kunnen volgen.

Dat een aanzienlijk deel van deze nascholing pas gegeven zal worden als de invoering van de nieuwe leerplannen al van start gegaan is, vind ik, gezien de inhoud van dat deel, juist heel goed. Immers, in de opzet van de Samenwerkingsgroep gaat het op dat moment om cursussen waarin niet zozeer meer de andere leerstof, maar veel meer de andere manier van werken in de klas centraal staat. De cursisten kunnen dan als huiswerk de besproken andere werkwijzen direct uitproberen in een reële klassesituatie met gebruikmaking van het eigen leerboek.
In zo'n situatie is het gevaar niet zo groot dat men onnodig negatieve ervaringen opdoet. De Voorlichtingsdagen hebben me weer eens bepaald bij het risico dat wat dit betreft gelopen wordt als een enkel los opdrachtje gelicht wordt uit voor de docenten verder onbekend experimenteel materiaal en docenten daarmee aan het werk moeten gaan in een klas die dergelijke opgaven nog nooit gezien heeft en verder ook nooit meer zal zien. Op deze manier zou nascholing vóór de invoering van de

nieuwe leerplannen er juist toe kunnen leiden dat de vernieuwingen tot mislukken gedoemd zijn. Een ander voordeel van nascholing in een later stadium, als het invoeringsproces al op gang gekomen is, kan zijn dat het dan niet zo gemakkelijk zal blijven bij filosoferen over het gebruik van concrete materialen in de klas, maar dat men er tenminste een paar maal mee zal oefenen, mogelijk zelfs in een inmiddels mooi ingericht Wiskundewerklokaal.

Tenslotte ben ik het niet eens met de hierboven aangehaalde opvatting dat àlle docenten nageschoold zouden moeten worden. Ik ben ervan overtuigd dat veel docenten zich heel goed op eigen kracht op de vernieuwingen kunnen voorbereiden.[5] Het hòeft niet zonder hulp, maar het kàn wel.

Noten

1. In 'Op weg naar basisvorming – Wiskunde', een brochure van de Landelijke instellingen voor onderwijsverzorging, uitgegeven door de SLO, Enschede 1991, blz. 29.
2. Zie 'Acceptatie?' door M.C. van Hoorn in Euclides jg. 66 nr. 1, blz. 4-6.
3. Een korte beschrijving van de inhoud van de nascholingscursussen W12-16 in '92/'93 en de nodige zakelijke informatie zijn te vinden op blz. 302.
4. Een overzicht van relevante publikaties is afgedrukt in de brochure 'Op weg naar basisvorming – Wiskunde' die te bestellen is bij: SLO, Francien Morshuis, Postbus 2041, 7500 CA Enschede, tel. 053-84 03 39.
5. Zie 'Het nieuwe leerplan 12-16. Hoe zit het met nascholing?' door Francis Meester en Joop van Dormolen in Euclides jg. 66 nr. 8, blz. 249-251.
6. In 'Van de bestuurstafel' door Agneta Aukema-Schepel, in Euclides jg. 66 nr. 8, blz. 252-253.

Mededeling

Leen Bozuwa geridderd

Bij de laatste jaarlijkse lintjesregen, vlak voor koninginnedag, werd Leen Bozuwa, oud-bestuurslid van de NVvW, thans voorzitter van de Didactiekcommissie, en in die hoedanigheid verzorger van de pas begonnen serie 'Begrijpen' in Euclides, benoemd tot Ridder in de Orde van Oranje-Nassau.
De redactie feliciteert hem hiermee van harte!

• Verenigingsnieuws •



Jaarvergadering/ Studiedag 1992

Eerste uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1992 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag **7 november 1992** in het gebouw van:
Het Nieuwe Lyceum, Jan Steenlaan 38,
3723 BV BILTHOVEN, 030 - 28 30 60.

Agenda

9.30 u. - 10.00 u. Aankomst, koffie
10.00 u. - 10.30 u. **Huishoudelijk gedeelte**
a. Opening door de voorzitter, dr. J. van Lint.
b. Notulen van de jaarvergadering 1991 (zie Euclides jg. 67 nr. 6).
c. Jaarverslagen (zie Euclides).
d. Decharge van de penningmeester en benoeming van een nieuwe kascommissie.
Het bestuur stelt kandidaat*):
Mw. drs. M. Kerssen-Muilwijk, Nuenen en de heer R. van Oord, Waddinxveen.
e. Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van mw. A. Aukema-Schepel, J. Breeman en F. Mahieu. Zij zijn herkiesbaar.
Het bestuur stelt kandidaat*):
Mw. A. Aukema-Schepel, J. Breeman en F. Mahieu.
f. Vaststelling contributie 1993/1994.
10.30 u. - 16.00 u. **Themagedeelte** (studiedag)
16.00 u. - 16.30 u. **Huishoudelijk gedeelte**
g. Rondvraag.

Thema Studiedag
De studiedag heeft dit jaar het thema **Taal bij het wiskundeonderwijs**. Bij het onderwijzen van wiskunde wordt taal gebruikt, zowel omgangstaal als een speciale geformaliseerde wiskundetaal. Daarbij moet nog onderscheid gemaakt worden tussen spreektaal en schrijftaal. En dan is er ook nog zoiets als taal door middel van plaatjes. De manier waarop de docent of de schrijver van een leertekst gebruik maakt van taal is van invloed op het leren door de leerlingen.
Leerlingen gebruiken ook taal. Uit de manier waarop leerlingen spreken en schrijven (en tekenen) kan de docent opmaken in hoeverre de leerlingen de wiskundige begrippen en vaardigheden al beheersen. De docent kan (moet) daarmee rekening houden bij het eigen taalgebruik.
Het lijkt of de komst van contextrijk wiskundeonderwijs het leren van wiskunde zal bemoeilijken door een schijnbare overdaad van omgangstaal. Het is de vraag of dat wel waar is.

*) Tot achtentwintig dagen na het verschijnen van deze oproep kunnen eveneens andere leden van de vereniging schriftelijk worden voorgedragen bij het bestuur door ten minste vijf leden.

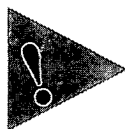
▶ Betaling contributie

In augustus wordt aan *alle* leden een acceptgiro ter betaling van de contributie voor het nieuwe verenigingsjaar toegezonden. De Postbank berekent de NVvW *f* 0,45 kosten per acceptgiro.
Ruim 90% van de leden betaalt op korte termijn, voor 1 november. De overige leden moeten opnieuw worden aangeschreven. Daarom verzoekt het bestuur de leden *voor 1 november* hun contributie te betalen. Voor degenen die toch aangeschreven moeten worden zullen de *kosten* per aanschrijving *f 2,50* bedragen.
Als op 1 april de contributie over het lopende verenigingsjaar nog niet voldaan is, zal *f 10,– extra aan kosten* in rekening gebracht moeten worden.
Opzeggingen dienen te geschieden voor *1 juli*.
Tussentijdse opzeggingen zijn *niet* mogelijk.

De penningmeester

▶ Over de auteurs

Truus Dekker is lid van de CEVO voor wiskunde.
Wim Groen is docent didactiek van de wiskunde aan de Vrije Universiteit te Amsterdam.
Kees Hoogland is docent rekenen/wiskunde en didactiek en docent wiskunde in het havo/vwo.
Martinus van Hoorn is hoofdredacteur van Euclides.
Wim Kuipers en **Wim Schaafsma** zijn docenten aan één van de experimenteerscholen, prof. dr. S. Greijdanus te Zwolle.
Jan de Lange is voorzitter van de COW en hoogleraar didactiek van de wiskunde en de informatica aan de universiteit van Utrecht.
Nico Olofsen is docent rekenen/wiskunde en didactiek aan de Algemene Hogeschool Amsterdam.
Harm Jan Smid is docent didactiek aan de Technische Universiteit te Delft.
Agnes Verweij is docent didactiek aan de Technische Universiteit te Delft en lid van de redactie van Euclides.
Bram van der Wal is docent wiskunde in het lbo, redacteur van Euclides en auteur van een wiskundemethode voor de onderbouw.
Bert Zwaneveld is voorzitter van de redactie van Euclides.



Kalender

24 juni 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
1 juli 1992: radio 5, 18.10-18.20 uur: BASICODE-3 magazine; zie blz. 301.
4 september 1992: Eindhoven, Tweede ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade.
9 september 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
16 september 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
14 oktober 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
7 november 1992: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW; zie het Verenigingsnieuws op blz. 311 en 312.

Inhoud